

У 72
402

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ДЛЯ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ

ВТОРАЯ СОТНЯ ГОЛОВЛОМОК

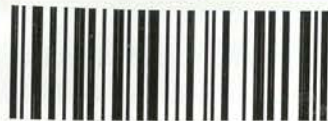
С 72 РИСУНКАМИ
Ю. Д. СКАЛДИНА



XXIV-8421

КУЛЬТУРНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬНОЕ КООПЕРАТИВНОЕ Т-ВО
«НАЧАТКИ ЗНАНИЙ»

ЛЕНИНГРАД
1 9 2 4



2020130363



ПРЕДИСЛОВИЕ

Выпущенный мною в 1915 году первый сборник головоломок для юных математиков («Веселые задачи») получил применение и распространение гораздо более обширные, чем можно было ожидать *). Успех первой книжки побудил меня наряду с ее переизданием, выпустить еще один сборник подобного же характера, чтобы дать юным любителям математики более обширное поле для изощрения своих способностей. Книжка эта лежит перед читателем. Несмотря на подзаголовок (вторая сотня головоломок), она не стоит в необходимой связи с первой. Это просто серия других упражнений, в общем не труднее и не легче предложенных в первом сборнике. Материал умышленно подобран здесь не однородный по трудности, чтобы каждый из юных читателей мог найти упражнения, соответствующие его силам. Значительная часть задач (около половины общего числа) придумана мною, большинство остальных принадлежит к мало использованному и в русском сборнике появляется впервые. Как и первая книжка, этот сборник не преследует учебных целей, а имеет лишь в виду приятной умственной гимнастикой изощрить сообразительность и тем подготовить юный ум к более серьезной работе в будущем **).

Я. П.

*) Первое издание разошлось в 4.000 экз., второе (1919 г.) — в 15.000 экз., третье (1920 г.) — в 25.000 экз.

**) Для знакомых с школьным курсом арифметики мною составлен другой сборник математических упражнений: «Загадки и дикуинки в мире чисел» (Лгр., 1923, изд. 2-е).



ГЛАВА I.

ЗАДАЧИ ИЗ «ПУТЕШЕСТВИЙ ГУЛЛИВЕРА».

Самые удивительные страницы в «Путешествиях Гулливера по многим отдаленным странам»—без сомнения, те, где описаны его необычайные приключения в стране крошечных лиллипутов и в стране великанов «бробдиньягов». В стране лиллипутов размеры—высота, ширина, толщина—всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов наоборот,—в 12 раз больше. Почему автор «Путешествий» избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму (автор «Путешествий»—англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше—как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако отличие природы и жизни в этих фантастических странах от тех, к каким мы привыкли, оказалось поразительным. Зачастую различие это настолько озадачивает своей неожиданностью, что дает материал для головоломной задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

ЗАДАЧА № 1.

Паяк и обед Гулливера.

Лиллипуты,—читаем мы в «Путешествиях»,—установили для Гулливера следующую норму отпуска пищевых продуктов:

«Ему будет ежедневно выдаваться паяк съестных припасов и напитков, достаточный для прокормления 1724 подданных страны лиллипутов».

«Триста поваров,—рассказывает Гулливер в другом месте,—готовили для меня кушанье. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки 20 человек прислуги и ставил их на стол, а человек 100 прислуживало с пола: одни подавали кушанье, остальные приносили бочки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревок и блоков».

Не объясните ли вы, из какого расчета получили лиллипуты такой огромный паяк? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для прокормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом, нежели лиллипуты. Соразмерны ли подобный паяк и аппетит с относительной величиной Гулливера и лиллипутов?

ЗАДАЧА № 2.

Бочка и ведро лиллипутов.

«Наевшись,—рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лиллипутов,—я показал знаками, что мне хочется пить. Лиллипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина

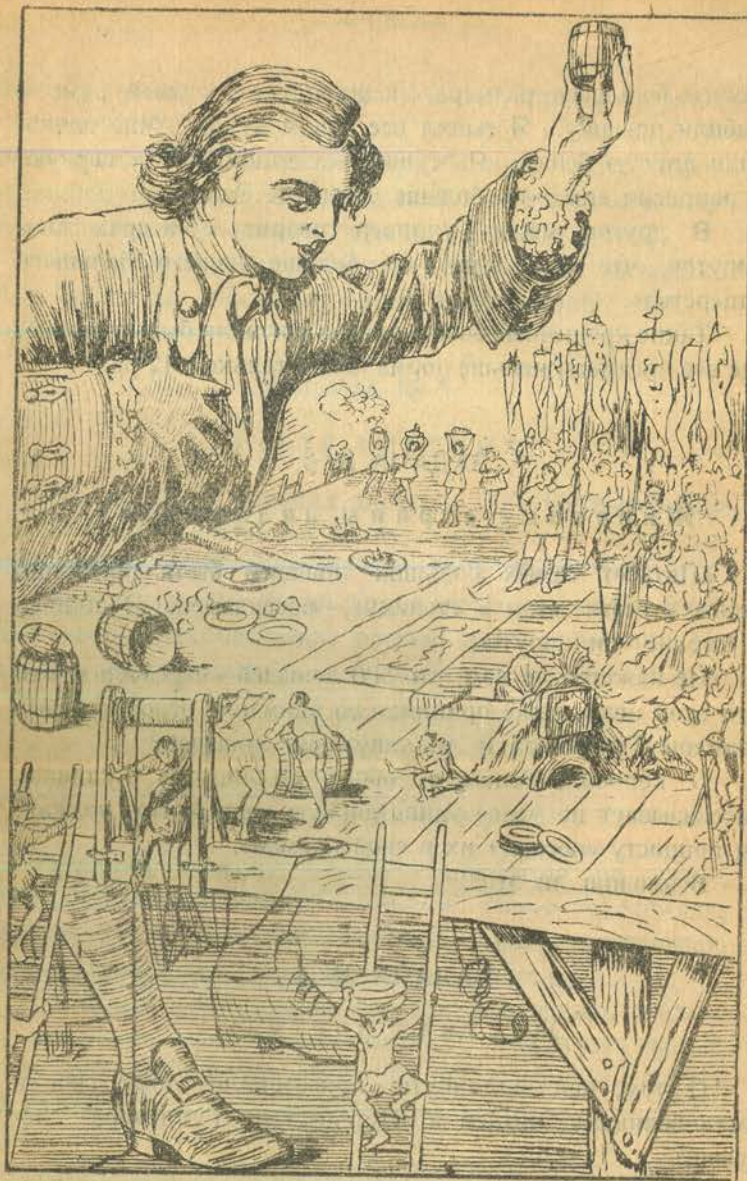


Рис. 2. Обед Гулливера в стране лиллипутов.

самого большого размера, подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку. Я осушил ее залпом, как и первую, и попросил еще,—но больше у них не было».

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лиллипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Такие крошечные бочки и ведра могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз?

ЗАДАЧА № 3.

Животные страны лиллипутов.

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу»,—рассказывает Гулливер о стране лиллипутов.

Не кажется ли вам, что 500 лошадей—черезчур много для этой цели, даже принимая во внимание относительные размеры Гулливера и лиллипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лиллипутов Гулливер рассказывает не менее удивительную вещь,—что, уезжая, он попросту «посадил их в свой карман».

Возможно ли это?

ЗАДАЧА № 4.

Жесткая постель.

О том, как лиллипуты приготовили ложе своему гостю-великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лиллипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где

портные принялись за работу. Из полутораста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой,—но даже и на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу».

Почему же Гулливеру было на этой постели так жестко? И правилен ли весь приведенный здесь расчет?

ЗАДАЧА № 5.

Триста портных.

«Ко мне было прикомандировано 300 портных-лиллипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам».

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм на человека, ростом всего в дюжину раз больше лиллипутского?

ЗАДАЧА № 6.

Лодка Гулливера.

Гулливер покинул страну лиллипутов на лодке, которую случайно прибило к берегам. Лодка эта казалась лиллипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим размеры самых крупных судов их флота.

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лиллипутских тонн водоизмещения *) имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 20 пудов?

*) Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, какое он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна—около 60 пудов.

ЗАДАЧА № 7.

Исполинские яблоки и орехи.

«Один раз,—читаем мы в «Путешествиях Гулливера» к бробдиньягам (великанам),—с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив удобный момент, когда я, прохаживаясь, очутился под одним из деревьев, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, величиной каждое с хороший боченок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сбilo с ног»...

В другой раз—«какой-то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал,—а брошен был орех с такою силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был немногим меньше нашей небольшой тыквы».

Сколько примерно могли, по вашему мнению, весить яблоко и орех страны великанов?

ЗАДАЧА № 8.

Кольцо великанов.

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, говорит он,—«золотое кольцо, которое королева сама мне подарила, милостиво сняв его с своего мизинца и накинув мне через голову на шею, как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца хотя бы и великаниши годилось Гулливеру, как ожерелье? И сколько, примерно, должно было такое кольцо весить?



Рис. 3. Яблоки страны великанов.

ЗАДАЧА № 9.

Книги великанов.

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает такие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения,—но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов в высоту, а длина каждой ступеньки достигала 50-ти футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в 10 от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начинал читать с верхней строки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк. По мере того, как чтение подвигалось вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т. д. Дочитав до конца страницы, я снова поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было не трудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты имеют не более 18—20 футов в длину».

Соразмерно ли все это?

ЗАДАЧА № 10.

Воротники великанов.

В заключение остановимся на задаче этого рода, по заимствованной непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

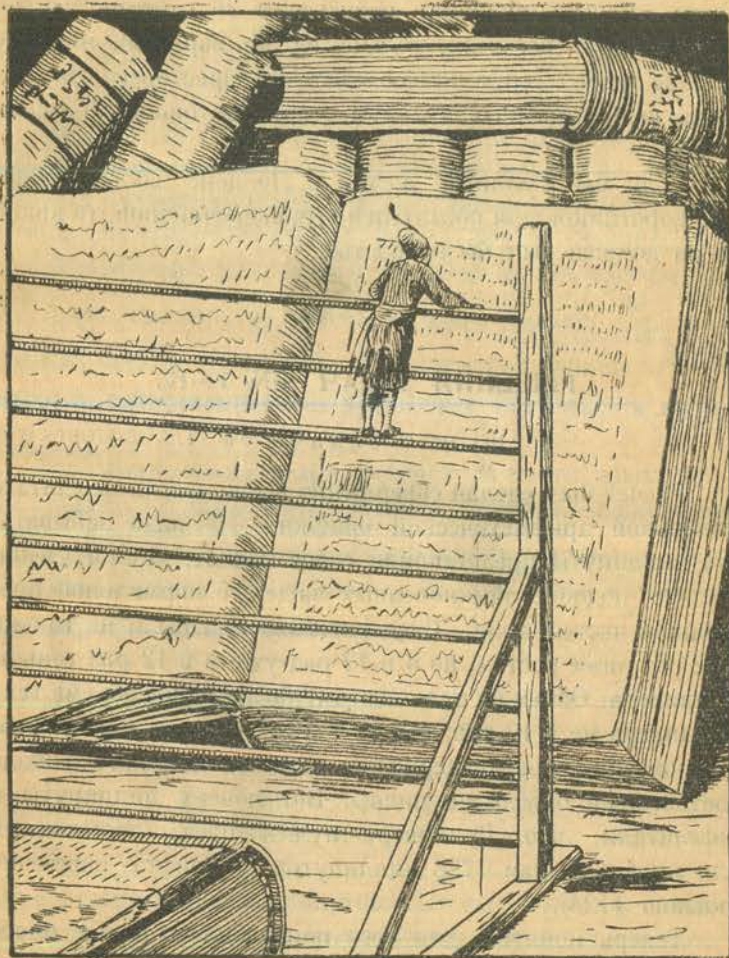


Рис. 4. Гулливер читает книгу в стране великанов.

Вам, быть-может, не было известно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 36 сантиметров, то вам подойдет воротник только № 36; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше—просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 сантиметров.

Если бы Гулливер желал в Лондоне заказать партию воротников для обитателей страны великанов, то какой № он должен был бы заказать?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 1—10.

Решение задачи № 1.

Расчет был сделан совершенно верно,—если не считать маленькой арифметической ошибки. Не надо забывать, что лиллипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное, подобие обыкновенных людей, с нормальной пропорцией частей тела. Следовательно они были не только в 12 раз ниже ростом, но и в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в $12 \times 12 \times 12$, т.-е. в 1728 раз. И, конечно, для поддержания жизни такого тела надо соответственно меньше пищи. Вот почему лиллипуты и рассчитали, что Гулливеру нужен паек, достаточный для прокормления 1728 лиллипутов (у Свифта ошибочно указано 1724).

Теперь понятно, для чего понадобилось и так много поваров. Чтобы приготовить 1728 обедов, нужно не менее 300 поваров, считая, что один повар-лиллипут может сварить полдюжины лиллипутских обедов. Соответственно большое число людей необходимо было и для того, чтобы

поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был—как легко рассчитать—высотой с трехэтажный дом лиллипутов.

Решение задачи № 2.

Бочки и ведра лиллипутов, если имели такую же форму, как наши, не только в 12 раз меньше наших по высоте, но и в 12 раз меньше по ширине и толщине, а следовательно по объему меньше в $12 \times 12 \times 12 = 1728$ раз. Значит, считая в нашем ведре 60 стаканов, мы легко можем рассчитать, что ведро лиллипутов вмещало всего только $\frac{60}{1728}$, или круглым числом $\frac{1}{30}$ стакана. Это немногим больше чайной ложки и, действительно, не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лиллипутов почти равна чайной ложке, то вместимость винного боченка,—даже если он был 10-ти-ведерный,—не превышала $\frac{1}{3}$ стакана. Что же удивительного, что Гулливер не мог утолить жажды даже двумя такими бочками!

Решение задачи № 3.

Мы уже подсчитали в первой задаче, что Гулливер по объему тела был больше лиллипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лиллипутам было так же трудно, как перевезти 1728 лиллипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь такое множество лошадей.

Животные страны лиллипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче, чем наши.

Наша корова имеет в высоту аршина два и весит 50 пудов. Корова лиллипутов была меньше трех вершков росту и весила $\frac{50}{1728}$ пуда, т.-е. немногим больше одного фунта. Разумеется, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки,—вполне правдоподобно рассказывает Гулливер,—были не выше 4—5 дюймов, овцы—около $1\frac{1}{2}$ дюйма, гуси—величиной с нашего воробья и т. д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти невидимы для моих глаз. Я видел, как повар ощипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

Решение задачи № 4.

Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лиллипутов в 12 раз короче и, конечно, в 12 раз уже тюфяка обычных размеров, то поверхность его была в 12×12 раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом—150) лиллипутских тюфяка. Но такой тюфяк был очень тонок—в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, что даже 4 слоя подобных тюфяков не представили достаточно мягкого ложа: получился тюфяк втрое более тонкий, чем наш обыкновенный.

Решение задачи № 5.

Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лиллипутов, а в 12×12 , т.-е. в 144 раза. Это станет понятно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лиллипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в

квадратном футе 144 квадратных дюймов. Раз так, то на костюме Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюме лиллипута, и, значит, соответственно больше рабочего времени. Если один портной может сшить костюм в 2 дня, то, чтобы сшить в один день 144 костюма (или один костюм Гулливера), могло понадобиться именно около 300 портных.

Решение задачи № 6.

Лодка Гулливера могла поднять 20 пудов; следовательно ее водоизмещение $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ тонны. Тонна—это вес кубического метра воды; значит, лодка вытесняла $\frac{1}{3}$ куб. метра. Но все линейные меры лиллипутов в 12 раз меньше наших, кубические же—в 1728 раз меньше. Легко сообразить, что $\frac{1}{3}$ нашего кубич. метра заключала около 575 куб. метров страны лиллипутов, и что лодка Гулливера имела водоизмещение в 575 тонн (или около того, так как исходное число, 20 пудов, взято нами произвольно).

В наши дни, когда океаны бороздят суда в десятки тысяч тонн, корабль таких размеров никого не удивит,—но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века), суда в 500—600 тонн были редкостью.

Решение задачи № 7.

Легко рассчитать, что яблоко, которое весит у нас около четверти фунта, должно было в стране великанов весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, т.-е. 432 фунта, или почти 11 пудов! Такое яблоко, ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых, так что Гулливер отделался чересчур легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным 11-ти-пудовым грузом.

Орех страны великанов должен был весить фунтов 8—9, если принять, что наш орех весит около $\frac{1}{2}$ золотника; в поперечнике исполинский орех мог иметь дюйма 4. Восьмифунтовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, конечно, неминуемо должен был разmozжить голову человеку нормальных размеров. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, что обыкновенный град в стране великанов мгновенно повалил его на землю и что градины его «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет»,—то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше нескольких фунтов.

Решение задачи № 8.

Поперечник мизинца человека нормальных размеров около $1\frac{1}{2}$ сантиметра. Умножив на 12, имеем для поперечника кольца великанши $1\frac{1}{2} \times 12 = 18$ сантиметров; кольцо с таким просветом имеет окружность— $18 \times 3\frac{1}{7} =$ около 56 сантиметров. Это как раз достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевой окружность своей головы в самом широком месте).

Что касается веса такого кольца, то, если обыкновенное колечко весит, скажем, один золотник, такого же фасона кольцо из страны великанов должно было весить 1728 золотников, т.-е. немногим менее полупуда.

Решение задачи № 9.

Если исходить из размеров современной книги обычного формата (сантиметров 25 длиной и 12 шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувели-

ленным. Чтобы читать книгу менее 3 метров вышины и полутора метров ширины, можно обойтись без лестницы и нет надобности ходить вправо и влево на 8—10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, обычный формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. Фолиант, например, «Арифметики» Магницкого, вышедшей при Петре Великом,—имел размеры: около 30 сантиметров в высоту и 20 в ширину. Увеличивая в 12 раз, получаем для книг великанов более внушительные размеры: 360 сантиметров (почти 4 метра) в высоту и 240 см. в ширину ($2\frac{1}{2}$ метра). Читать четырехметровую книгу без лестницы нельзя; но и тут не пришлось бы, переходя от одной строки к другой, делать 8—10 шагов, так что последняя подробность у Свифта безусловно является преувеличением.

Подобный фолиант должен весить в 1728 раз больше, нежели наш, т.-е. пудов 70—80. Считая, что в нем 500 листов, получаем для каждого листа книги великанов вес около 11—13 фунтов. Перелистывать такие страницы, конечно, не трудно.

Буквы в книгах великанов имели около 2—3 см. высоты; читать такую крупную печать с расстояния 10 футов, как читал Гулливер, очень удобно.

Решение задачи № 10.

Окружность шеи великанов была больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз был больше ее поперечник, т.-е. в 12 раз. И если нормальному человеку нужен № 40, то для великана понадобился бы №:

$$40 \times 12 = 480.$$

ГЛАВА II.

ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ.

ЗАДАЧА № 11.

Из шести три.

Перед вами (рис. 5) фигура, составленная из 17 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит в том, чтобы убрать 5 спичек, не перекладывая остальных,—и осталось бы всего 3 квадрата.



Рис. 5.

В решетке из спичек, представленной на рис. 6-м, нужно так убрать 4 спички,—не трогая остальных,—чтобы осталось пять квадратов.

ЗАДАЧА № 12.

Оставить пять квадратов.



Рис. 6.

ЗАДАЧА № 13.

Оставить четыре квадрата.

Из той же фигуры (рис. 6) так выньте 8 спичек,—не трогая других,—чтобы оставшиеся спички составляли 4 одинаковых квадрата.

ЗАДАЧА № 14.

Оставить три квадрата.

В той же решетке (рис. 6) так уберите 6 спичек,—не перекладывая остальных,—чтобы осталось всего 3 квадрата.

ЗАДАЧА № 15.

Оставить два квадрата.

И наконец, в той же фигуре (рис. 6) так уберите 8 спичек,—не трогая остальных,—чтобы осталось всего лишь два квадрата.

ЗАДАЧА № 16.

Шесть четырехугольников.

В фигуре, представленной на рис. 7, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

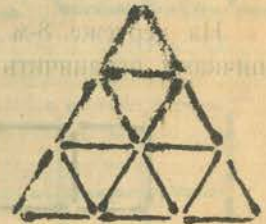


Рис. 7.

ЗАДАЧА № 17.

Из дюжины спичек.

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы:

три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

ЗАДАЧА № 18.

Из полутора дюжин.

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спичек, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

ЗАДАЧА № 19.

Два пятиугольника.

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайтесь силы на такой головоломке:

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Прочие условия те же, что и в предыдущей задаче.

ЗАДАЧА № 20.

Из 13 и из 12.

На чертеже 8-м вы видите, как можно 13-ю целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.



Рис. 8.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков— хотя бы и иной формы—12-ю целыми спичками?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СО СПИЧКАМИ (№№ 11—20).

Решение задачи № 11

видно из чертежа 9-го

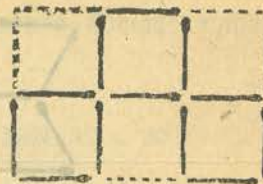


Рис. 9.

Решения задач №№ 12, 13, 14 и 15

показаны на чертежах 10-м, 11-м, 12-м, 13-м, 14-м.

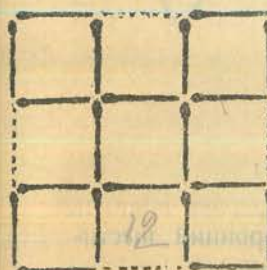


Рис. 10.

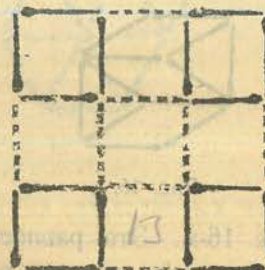


Рис. 11.

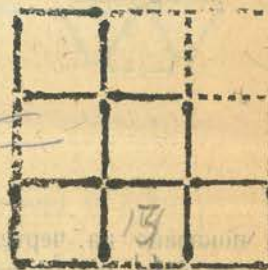


Рис. 12.



Рис. 13.

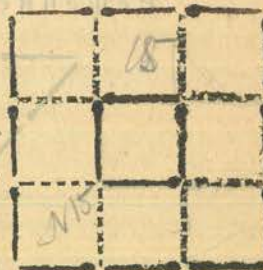


Рис. 14.

Решение задачи № 16.

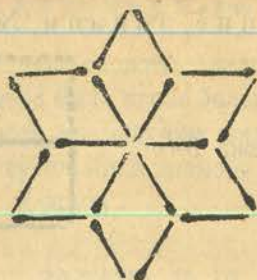


Рис. 15.

Решение задачи № 17

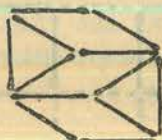


Рис. 16.

показано на чертеже 16-м. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный—углы не равны).

Решение задачи № 18



Рис. 17.

показано на чертеже 17-м. Площадь левой фигуры включает два квадрата, каждый со сторонами в 1 спичку.

Правый четырехугольник представляет собою параллелограмм, высота которого $AB = 1\frac{1}{2}$ спичкам. Площадь его, по правилам геометрии, равна его основанию, умноженному на высоту: $4 \times 1\frac{1}{2} = 6$, — т.е. вдвое больше площади левого четырехугольника.

Решение задач №№ 19 и 20

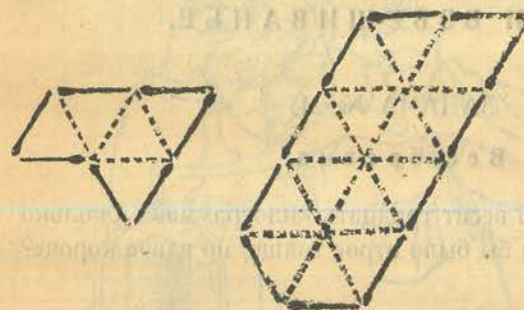


Рис. 18.



Рис. 19.

наглядно показано на прилагаемых чертежах 18 и 19.

ГЛАВА III.

ВЕС И ВЗВЕШИВАНИЕ.

ЗАДАЧА № 21.

Вес бревна.

Круглое бревно весит тридцать килограммов. Сколько весило бы оно, если бы было втрое толще, но вдвое короче?

ЗАДАЧА № 22.

Десятичные весы.

Сто килограммов железных гвоздей уравновешены на десятичных весах железными гириями. Весы затопило водой. Сохранили ли они равновесие и под водой?

ЗАДАЧА № 23.

Вес бутылки.

Бутылка, наполненная керосином, весит 1000 граммов. Та же бутылка, наполненная кислотой, весит 1600 граммов. Кислота вдвое тяжелее керосина. Сколько весит бутылка?

ЗАДАЧА № 24.

Брусок мыла.

На одной чашке весов положен брусок мыла, на другой $\frac{3}{4}$ такого же бруска и еще $\frac{3}{4}$ килограмма. Весы в равновесии.



Рис. 20. Сколько весит брусок мыла?

Сколько весит целый брусок мыла?

Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

ЗАДАЧА № 25.

Кошки и котята.

Из прилагаемого на следующей странице рисунка 21-го вы усматриваете, что

4 кошки и 3 котенка весят 15 килограммов, а
3 кошки и 4 котенка весят 13 килограммов.

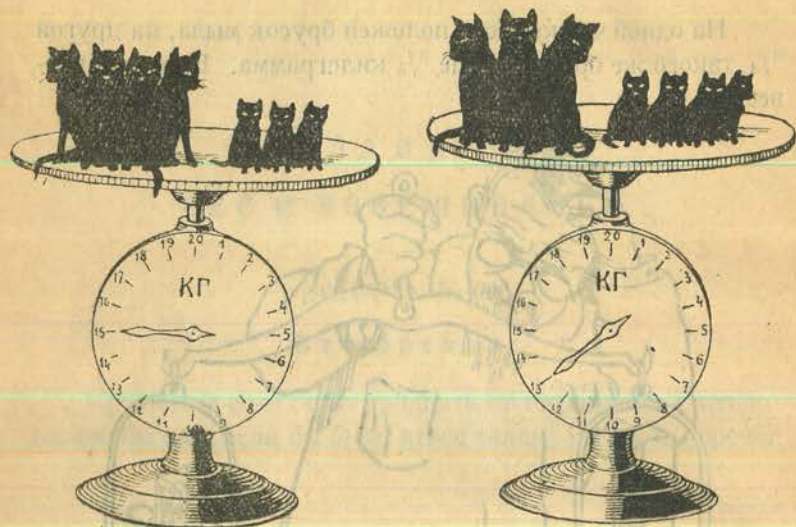


Рис. 21. Сколько весят кошка и котенок порознь?

Сколько же весит каждая кошка и каждый котенок в отдельности?

Постарайтесь и эту задачу решить устно.

ЗАДАЧА № 26.

Раковина и бусины.

Рисунок 22-й показывает вам, что 3 детских кубика и 1 раковина уравниваются 12-ю бусинами, и что, далее, 1 раковина уравнивается 1 кубиком и 8-ю бусинами.

Сколько же бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

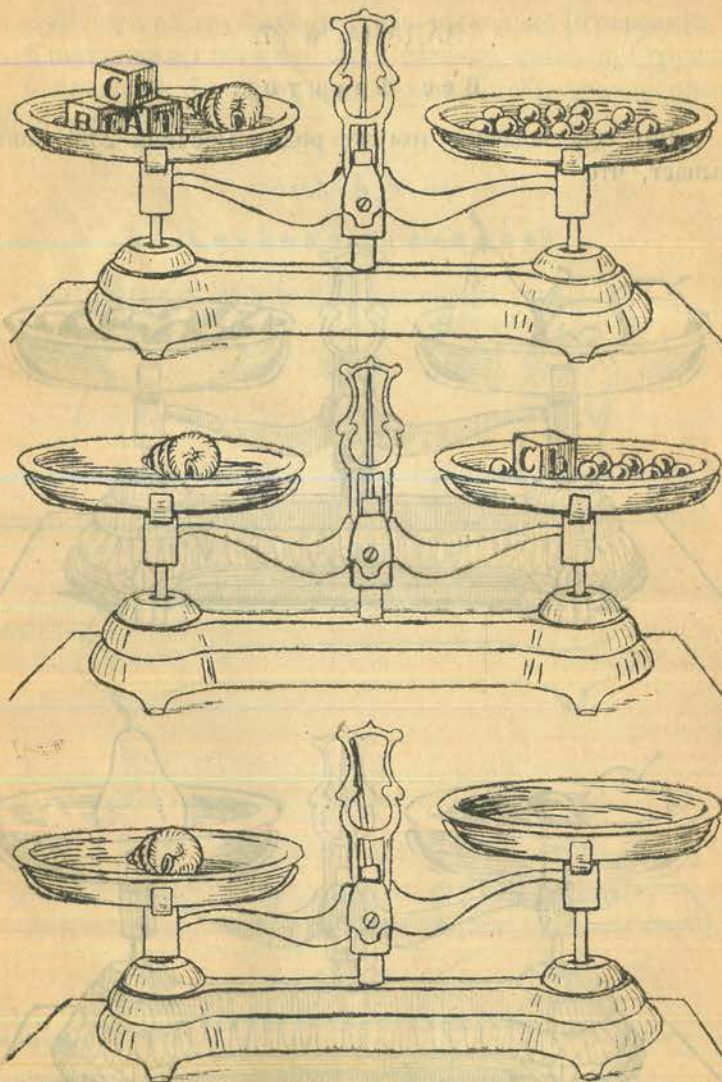


Рис. 22. Задача о раковине и бусинах.

ЗАДАЧА № 27.

Вес фруктов.

Вот еще задача в том же роде. Рисунок 23-й показывает, что

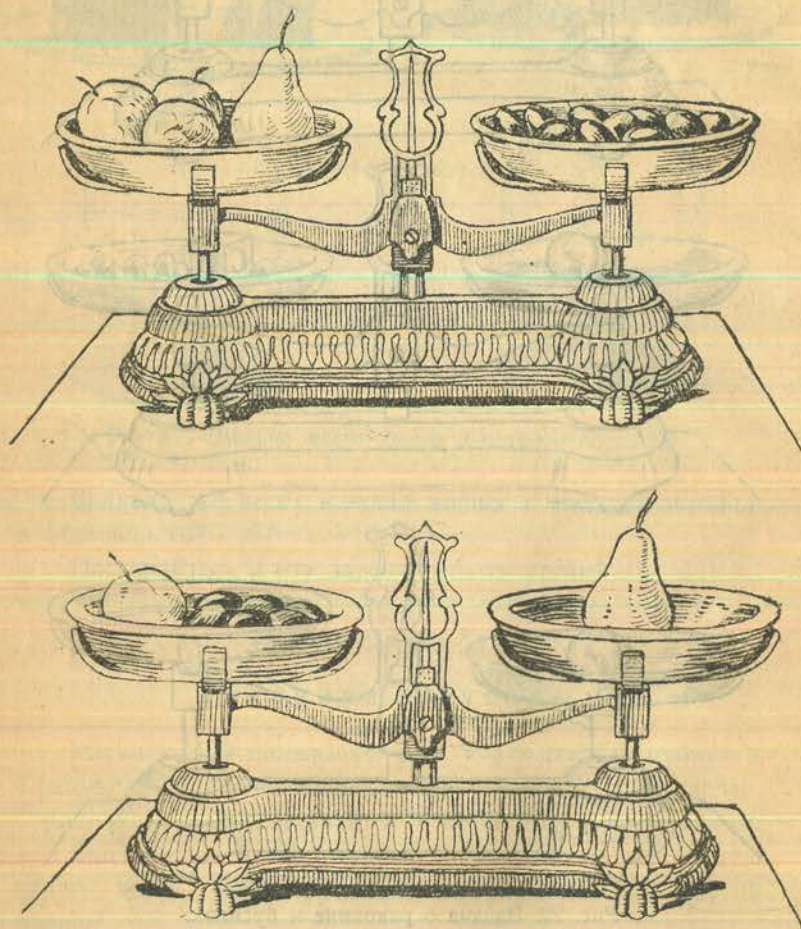


Рис. 23. Задача о груше и персиках.

3 яблочка и 1 груша весят столько, сколько 10 персиков, а 6 персиков и 1 яблочко весят столько, сколько 1 груша. Сколько же персиков надо взять, чтобы уравновесить одну грушу?

ЗАДАЧА № 28.

Сколько стаканов?

На рисунках 24-а и 24-б вы видите, что

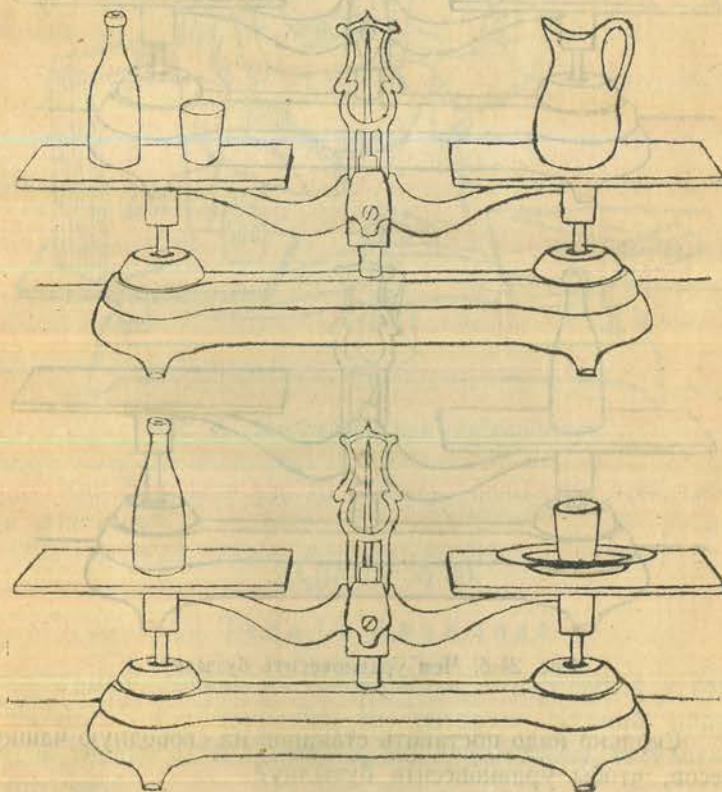


Рис. 24-а. Задача о стаканах и бутылке.

бутылка и стакан уравниваются кувшином;
бутылка сама по себе уравнивается стаканом и
блюдем;
два кувшина уравниваются тремя блюдами. *и
стаканом*

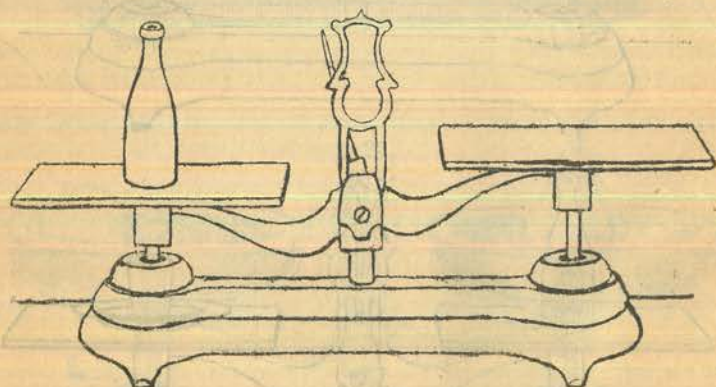
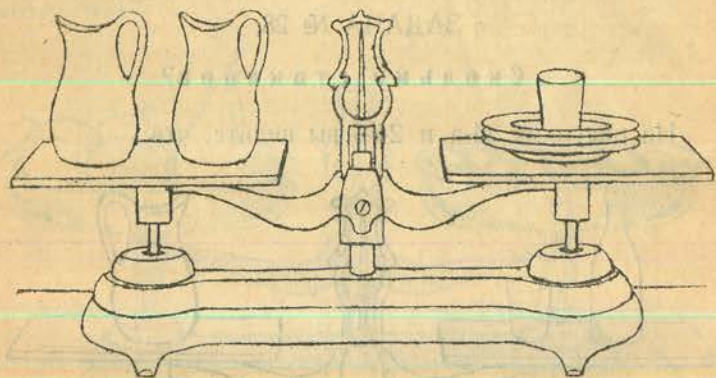


Рис. 24-6. Чем уравновесить бутылку?

Сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

ЗАДАЧА № 29.

Гирей и молотком.

Надо развесить 2 килограмма сахарного песка на 200-граммовые пакеты. Имеется только одна 500-граммовая гиря, да еще молоток, весящий 900 граммов.

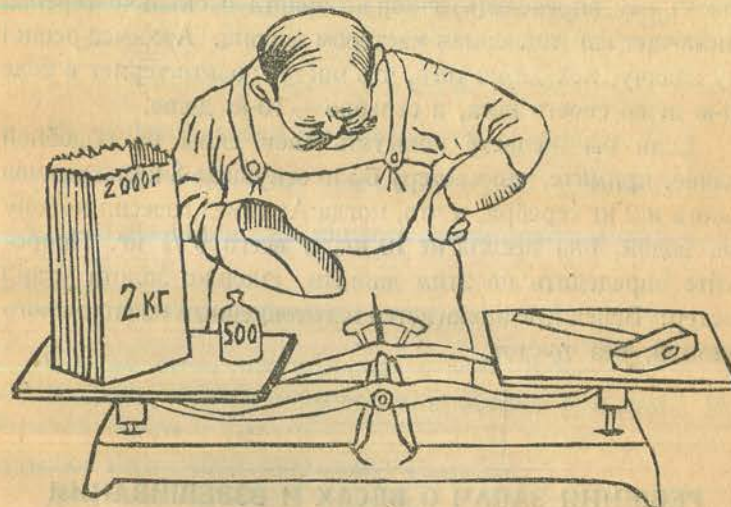


Рис. 25. Затруднение при развешивании.

Как получить все 10 пакетов, пользуясь этой гирей и молотком?

ЗАДАЧА № 30.

Задача Архимеда.

Самая древняя из головоломок, относящихся к взвешиванию—без сомнения, та, которую древний правитель сиракузский Гиерон задал знаменитому математику Архимеду.

Предание повествует, что Гиерон поручил мастеру изготовить венец для одной статуи и приказал выдать ему необходимое количество золота и серебра. Когда венец был доставлен, взвешивание показало, что он весит столько же, сколько весили вместе выданные золото и серебро. Однако правителю донесли, что мастер утаил часть золота, заменив его серебром. Гиерон призвал Архимеда и предложил ему определить, сколько золота и сколько серебра заключает изготовленная мастером корона. Архимед решил эту задачу, исходя из того, что чистое золото теряет в воде 20-ю долю своего веса, а серебро — 10-ю долю.

Если вы желаете попытать свои силы на подобной задаче, примите, что мастеру было отпущено 8 килограммов золота и 2 кг серебра, и что, когда Архимед взвесил корону под водой, она весила не 10 кг, а всего $9\frac{1}{4}$ кг. Попробуйте определить по этим данным, сколько золота утаил мастер. Венец предполагается изготовленным из сплошного металла, без пустот.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ВЕСАХ И ВЗВЕШИВАНИИ

(№№ 21—30).

Решение задачи № 21.

Обыкновенно отвечают, что бревно, увеличенное в толщину вдвое, но вдвое же укороченное, не должно изменить своего веса. Однако это не верно. От увеличения поперечника вдвое объем круглого бревна увеличивается вчетверо; от укорочения же вдвое объем уменьшается всего в два раза. Поэтому толстое короткое бревно должно быть вдвое тяжелее длинного тонкого, т.-е. весить 60 килограммов.

Решение задачи № 22.

При погружении в воду железная вещь (сплошная) теряет 8-ю долю своего веса *). Поэтому гири под водой будут иметь $\frac{7}{8}$ прежнего веса, гвозди—также $\frac{7}{8}$ своего прежнего веса. И так как гири были в 10 раз легче гвоздей, то и под водой они легче их в 10 раз. Следовательно десятичные весы останутся и под водой в равновесии.

Решение задачи № 23.

Из условия задачи мы знаем, что, во-первых,
вес бутылки + вес керосина = 1000 граммов.

А во-вторых, так как кислота вдвое тяжелее керосина, мы знаем, что

вес бутылки + двойной вес керосина = 1600 граммов.

Отсюда ясно, что разница в весе 1600—1000, т.-е. 600 граммов, есть вес керосина в объеме бутылки. Но бутылка вместе с керосином весит 1000 граммов; значит, бутылка весит $1000 - 600 = 400$ граммов.

Действительно: вес кислоты $(1600 - 400 = 1200 \text{ гр.})$ оказывается вдвое больше веса керосина.

Решение задачи № 24.

$\frac{3}{4}$ бруска мыла + $\frac{3}{4}$ килограмма весят столько, сколько целый брусок. Но в целом бруске содержится $\frac{3}{4}$ бруска + $\frac{1}{4}$ бруска. Значит, $\frac{1}{4}$ бруска весит $\frac{3}{4}$ килограмма. И следовательно целый брусок весит в четыре раза больше, чем $\frac{3}{4}$ кг, т.-е. 3 килограмма.

*) Я не сообщил этой цифры в условии задачи потому, что самая величина потери — 8-я, или 10-я, или 20-я часть—для решения задачи не имеет значения.

Решение задачи № 25.

Сравнивая оба взвешивания, легко видеть, что от замены одной кошки одним котенком вес груза уменьшился на $15 - 13$, т.-е. на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у нас будет тогда всех $4 + 3 = 7$ котят, а стрелка весов, вместо 15 килограммов, покажет на 2×4 , т.-е. на 8 кг меньше. Значит, 7 котят весят $15 - 8 = 7$ килограммов.

Отсюда ясно, что котенок весит 1 килограмм, взрослая же кошка $1 + 2 = 3$ килограмма.

Решение задачи № 26.

Сравним первое и второе взвешивание. Вы видите, что раковину при первом взвешивании мы можем заменить 1 кубиком и 8 бусинами, потому что они имеют одинаковый вес. У нас оказалось бы тогда на левой чашке 4 кубика и 8 бусин, и это уравнивалось бы 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по 8 бусин, мы не нарушим равновесия, останется же у нас на левой чашке 4 кубика, на правой—4 бусины. Значит, кубик и бусина весят одинаково.

Теперь ясно, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) 1 кубик на правой чашке бусиной, узнаем, что

вес раковины = весу 9 бусин.

Результат наш легко проверить: замените при первом взвешивании кубики и раковины на левой чашке соответственным числом бусин: получите $3 + 9 = 12$, как и должно быть.

Решение задачи № 27.

Заменим при первом взвешивании 1 грушу 6-ю персиками и яблочком: мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько 6 персиков и яблочко. У нас окажется на левой чашке 4 яблочка и 6 персиков, на правой—10 персиков. Сняв с обеих чашек по 6 персиков, узнаем, что 4 яблочка весят столько, сколько и 4 персика. Другими словами, один персик весит столько же, сколько одно яблочко. Теперь легко уже сообразить, что вес груши равен весу 7 персиков.

Решение задачи № 28.

Задачу эту можно решать на разные лады. Вот один из способов.

Заменим при третьем взвешивании каждый кувшин одной бутылкой и 1 стаканом (из первого взвешивания мы видим, что весы при этом должны оставаться в равновесии). Мы узнаем тогда, что 2 бутылки и 2 стакана уравниваются 3 блюдами. Каждую бутылку мы, на основании второго взвешивания, можем заменить 1 стаканом и 1 блюдцем. Окажется тогда, что

4 стакана и 2 блюда уравниваются 3 блюдами.

Сняв с каждой чашки весов по 2 блюда, узнаем, что

4 стакана уравниваются 1 блюдцем.

И следовательно бутылка уравнивается (ср. второе взвешивание) 5 стаканами.

Решение задачи № 29.

Порядок отвешивания таков. Сначала кладут на одну чашку молоток, на другую гирию и столько сахарного песка, чтобы чашки уравнились; ясно, что насыпанный на эту чашку песок весит $900 - 500 = 400$ граммов. Ту же операцию выполняют еще 3 раза; остаток песку весит $2000 - (4 \times 400) = 400$ граммов.

Теперь остается только каждый из пяти полученных 400-граммовых пакетов разделить пополам, на два равных по весу пакета. Делается это без гирь очень просто: рассыпают содержимое 400-граммового пакета в два картуза, поставленные на разных чашках, пока весы не уравниваются.

Решение задачи № 30.

Если бы заказанный венец был сделан целиком из чистого золота, он весил бы вне воды 10 кг, а под водой потерял бы 20-ю долю этого веса, т.е. полкилограмма. В действительности же венец, мы знаем, теряет в воде не $\frac{1}{2}$ кг, а $10 - 9\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ кг. Это потому, что он содержит в себе серебро, металл, теряющий в воде не 20-ю, а 10-ю долю своего веса. Серебра должно быть в венце столько, чтобы венец терял в воде не $\frac{1}{2}$ кг, а $\frac{3}{4}$ кг — на $\frac{1}{4}$ кг более. Если в нашем чисто-золотом венце заменим мысленно 1 кг золота серебром, то венец будет терять в воде больше, нежели прежде, на $\frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$ кг. Следовательно, чтобы получилось требуемое увеличение потери веса на $\frac{1}{4}$ кг, необходимо заменить серебром столько килограммов золота, сколько раз $\frac{1}{20}$ кг содержится в $\frac{1}{4}$ кг; но $\frac{1}{4} : \frac{1}{20} = 5$. Итак, в венце было 5 кг серебра и 5 кг золота, — вместо выданных 2 кг серебра и 8 кг золота. Три килограмма золота было утаено и заменено серебром.

ГЛАВА IV.

ЗАДАЧИ С КВАДРАТАМИ.

ЗАДАЧА № 31.

Пруд.

Имеется квадратный пруд (рис. 26). По углам его, близ самой воды, растет 4 старых развесистых дуба. Пруд понадобилось расширить, сделать вдвое больше по площади, сохраняя квадратную форму. Но вековых дубов трогать не желают. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, не были затоплены водой, а стояли бы у берегов нового пруда?



Рис. 26. Задача о пруде.

ЗАДАЧА № 32.

Паркетчик.

Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины их сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка?

ЗАДАЧА № 33.

Другой паркетчик.

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны, а диагонали (т.-е. те косые линии, которые, перекрещиваясь, соединяют углы). Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно. Вы тоже так думаете?

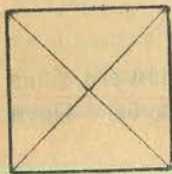


Рис. 27.

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга (черт. 27), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат.

А по вашему?

ЗАДАЧА № 35.

Белошвейка.

Белошвейке нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав, она проверяет свою работу тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит—решает она—отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму.

Так ли?

ЗАДАЧА № 34.

Третий паркетчик.

ЗАДАЧА № 36.

Еще белошвейка.

Другая белошвейка не довольствовалась проверкой своей подруги. Она перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно.

Что скажете вы о такой проверке?

ЗАДАЧА № 37.

Затруднение столяра.

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рисунке 28-м. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру нужно — ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя — превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, распилить ее раньше на части. Наш молодой столяр так и намерен сделать, но он желает разделить доску не более, чем по двум прямым линиям.

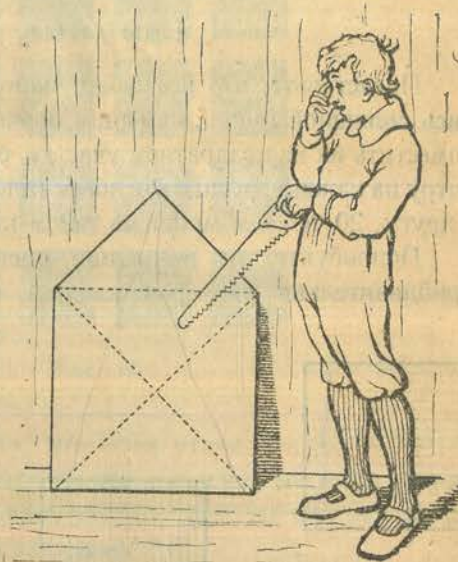


Рис. 28. Затруднение столяра.

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых составлялся бы квадрат? И если возможно, то как это сделать?

ЗАДАЧА № 38.

Все человечество внутри квадрата.

В настоящее время (1924 г.) на всем земном шаре насчитывается 1800 миллионов человек:

1 800 000 000.

Представьте, что все люди, живущие на свете, собрались сплошной толпой на одном ровном месте. Вы желаете поместить их на квадратном участке, отводя по квадратному метру на каждые двадцать человек (плотно прижавшись друг к другу, 20 человек могут на таком квадрате поместиться).

Попробуйте, не вычисляя, оценить на глаз, каких приблизительно размеров квадрат понадобился бы для этого. Достаточно ли будет, например, отвести квадрат со стороною 100 километров?



Рис. 29.

равных квадрата и заштриховать их. Школьник выполнил работу так, как показано на рис. 29-м.

Он был уверен, что это квадраты и притом равные. Почему он так думал?

ЗАДАЧА № 40.

Темные пятна.

Другой школьник должен был начертить несколько рядов черных квадратов, разделенных белыми полосками.

Вот как он выполнил эту работу.

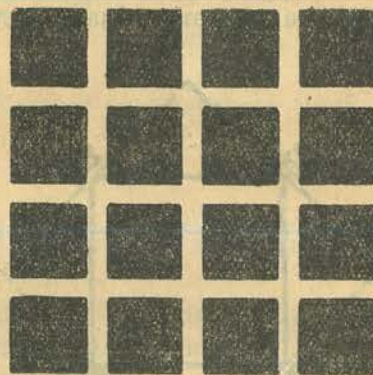


Рис. 30.

Вы видите, однако, что близ углов квадратов, в том месте, где пересекаются белые полоски, имеются темноватые пятна. Школьник уверял, что он их не делал.

Откуда же они взялись?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КВАДРАТАМИ №№ 31—40.

Решение задачи № 31.

Расширить площадь пруда вдвое, сохраняя его квадратную форму и не трогая дубов,—вполне возможно. На чертеже 31-м показано, как это сделать: надо копать так,

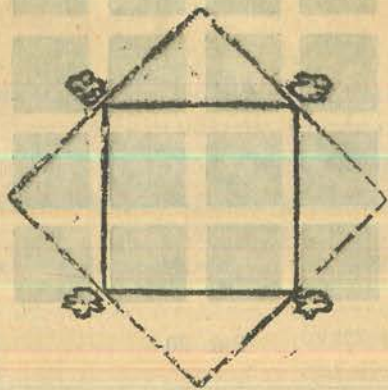


Рис. 31.

чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. Легко убедиться, что новая площадь вдвое больше прежней: достаточно лишь провести диагонали в прежнем пруде и сосчитать образующиеся при этом треугольники.

Решение задачи № 32.

Такая проверка недостаточна. Четыреугольник мог выдержать это испытание, и не будучи квадратом. Вы видите на чертеже 32-м примеры таких четырехугольни-

ков, у которых все стороны равны, но углы не прямые. В геометрии фигуры с 4 равными сторонами называются

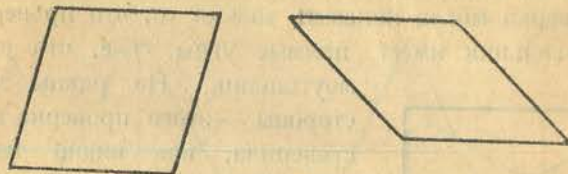


Рис. 32.

ромбами. Каждый квадрат есть ромб, но не каждый ромб есть квадрат.

Решение задачи № 33.

Эта проверка так же ненадежна, как и первая. В квадрате, конечно, диагонали равны,—но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат,—как видно из фигур, представленных на черт. 33-м.

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу,—тогда они могли быть уверены, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали равны одна другой, есть непременно квадрат.

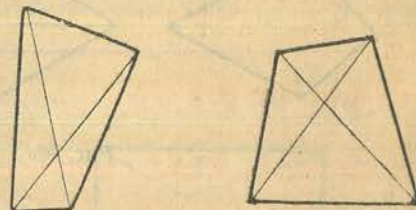


Рис. 33.

Решение задачи № 34.

Проверка могла показать только то, что проверяемый четырехугольник имеет прямые углы, т.е. что он прямоугольник. Но равны ли его стороны — этого проверка не удостоверяла, как видно из чертежа 34-го.

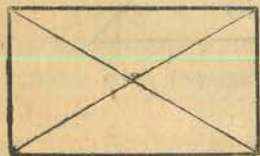


Рис. 34.

Решение задачи № 35.

Проверка недостаточна. Здесь (черт. 35) начерчено несколько четырехугольников, края которых, при перегибании по диагонали, совпадают. И все-таки — это не квадраты.

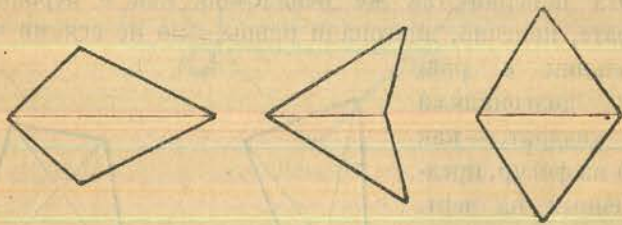


Рис. 35.

Такой проверкой можно убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

Решение задачи № 36.

Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту проверку, — хотя они вовсе не квадраты.

У этих фигур все стороны равны (это ромбы), но углы не прямые — это не квадраты.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы

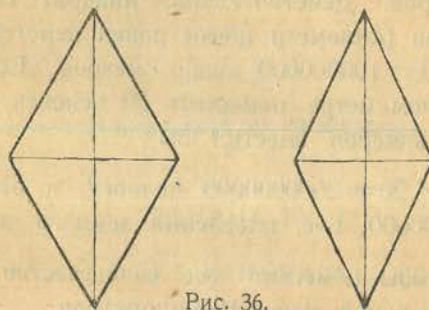


Рис. 36.

отрезанный кусок, нужно, кроме того, проверить также, равны ли их диагонали (или углы).

Решение задачи № 37.

Одна линия должна идти от вершины c к середине стороны de , другая — от этой середины к вершине a . Из

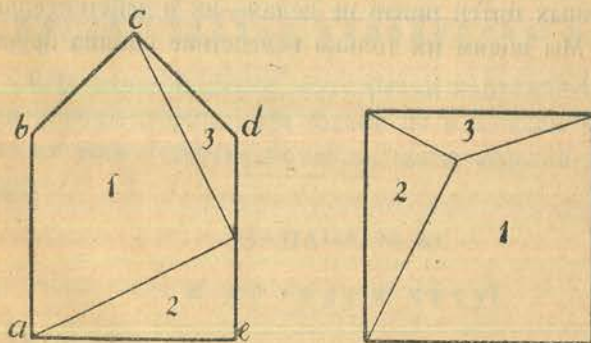


Рис. 37.

полученных трех кусков 1, 2 и 3 составляется квадрат, как показано на чертеже (рис. 37).

Решение задачи № 38.

Сторона квадрата должна быть раз в десять меньше 100 километров. Действительно, квадрат со стороною 10 километров (километр почти равен версте) включает $10000 \times 10000 = 100000000$ квадр. метров. Если на каждом квадратном метре поместить 20 человек, то квадрат указанных размеров вместил бы

$100000000 \times 20 = 2000000000$ человек, а это больше 1800000000, т.-е. населения земного шара.

Итак, чтобы поместить все человечество, достаточен квадрат со стороною менее 10 километров.

Решение задачи № 39.

Квадраты действительно равны.

Решение задачи № 40.

Темных пятен никто не делал—их в действительности и нет. Мы видим их только вследствие обмана зрения.



Г Л А В А V.

ЗАДАЧИ О ЧАСАХ.

ЗАДАЧА № 41.

Когда стрелки встречаются?

В 12 часов одна стрелка покрывает другую. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда стрелки часов встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

ЗАДАЧА № 42.

Когда стрелки направлены врозь?

В 6 часов, наоборот, обе стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает, или же есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

ЗАДАЧА № 43.

В каком часу?

В каком часу минутная стрелка опережает часовую ровно на столько же, на сколько часовая находится впереди числа XII на циферблате? А может-быть, таких моментов бывает в день несколько? Или же вовсе не бывает?

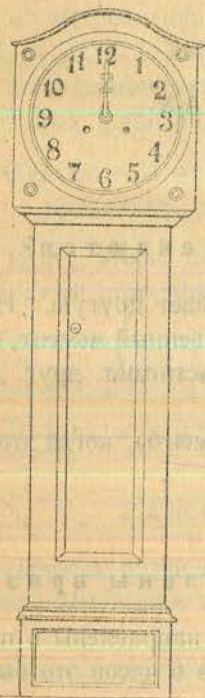


Рис. 38.

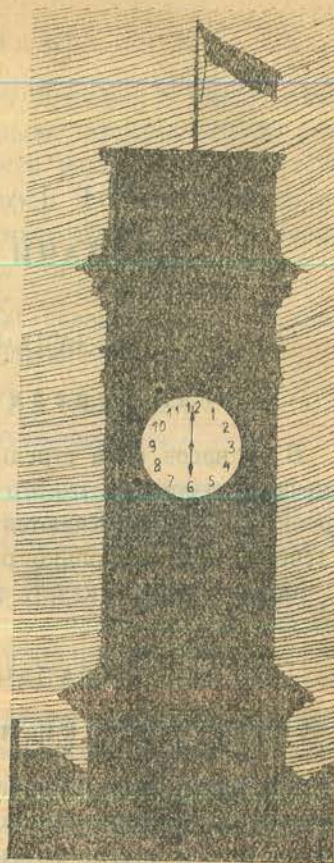


Рис. 39.

ЗАДАЧА № 44.

Наоборот.

Если вы внимательно наблюдаете за часами, то, быть-может, вам случалось наблюдать и как раз обратное расположение стрелок, чем сейчас описано: часо-

вая стрелка опережает минутную на столько же, на сколько минутная продвинулась вперед от числа XII. Когда же это бывает?

ЗАДАЧА № 45.

По обе стороны шести.

Я взглянул на часы и заметил, что обе стрелки отстоят от цифры VI, по обе ее стороны, одинаково. В каком часу это было?

ЗАДАЧА № 46.

Три и семь.

Часы бьют три, и, пока они бьют, проходят три секунды. Сколько же времени должны употребить часы, чтобы пробить семь?

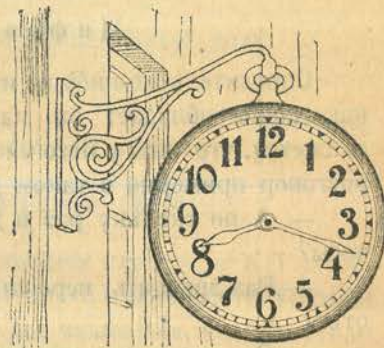


Рис. 40.

На всякий случай предупреждаю, что это—не задачка и никакой лсвушки не скрывает.

ЗАДАЧА № 47.

Часы-компас.

Теперь за границей не редкость карманные часы, циферблат которых разделен не на 12, а на 24 части, с обозначением от 1 до XXIV часов. Часовая стрелка таких часов описывает полный круг не в 12, а в 24 часа.

Таковыми часами можно в ясные дни пользоваться взамен компаса.

Как?

ЗАДАЧА № 48.

О том же.

А нельзя ли, за неимением компаса, воспользоваться и нашими обыкновенными карманными часами, чтобы в ясный день определить по ним, хотя бы приблизительно, страны света?

ЗАДАЧА № 49.

Цифра шесть.

Спросите кого-нибудь из ваших знакомых постарше, как давно обладает он карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже 15 лет. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

— А по сколько раз в день взглядываете вы на свои часы?

— Раз двадцать, вероятно, или около того,—последует ответ.

— Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6.000 раз, а за 15 лет видели их циферблат 6.000×15 , т.-е. чуть не сто тысяч раз. Вещь, которую вы видели сто тысяч раз, вы, конечно, должны знать и помнить отлично.

— Ну разумеется!

— Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем цифра шесть.

И вы предлагаете собеседнику бумажку и карандаш.

Он исполняет вашу просьбу,—но... изображает цифру шесть в большинстве случаев совсем не такую, какою обозначена она на его часах.

Почему?

Ответьте на этот вопрос, не взглядывая на ваши карманные часы.

ЗАДАЧА № 50.

Тиканье часов.

Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или на четыре и прислушайтесь к их тиканью. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что часы ваши идут словно с перерывами: то тикают короткое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти, и т. д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ЧАСАХ (№№ 41—50).

Решение задачи № 41.

Начнем наблюдать за движением стрелок в XII часов. В этот момент обе стрелки друг друга покрывают. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее, чем минутная (она описывает полный круг в 12 часов, а минутная в 1 час), то в течение ближайшего часа стрелки, конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры I, сделав $\frac{1}{12}$ долю полного оборота; минутная же сделала полный оборот и стоит снова у XII—на $\frac{1}{12}$ долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догнать. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая $\frac{1}{12}$ круга, т.-е. минутная сделала бы на $\frac{11}{12}$ круга больше. Но, чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту $\frac{1}{12}$ долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше во столько раз, во сколько раз $\frac{1}{12}$ меньше $\frac{11}{12}$,

т.-е. в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через $\frac{1}{11}$ часа, т.-е. через $\frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ минуты.

Итак, встреча стрелок случится спустя $5\frac{5}{11}$ минуты после того, как пройдет 1 час, т.-е. в $5\frac{5}{11}$ минут второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Нетрудно сообразить, что это случится спустя 1 час $5\frac{5}{11}$ мин., т.-е. в 2 часа $10\frac{10}{11}$ мин. Следующая—спустя еще 1 час $5\frac{5}{11}$ мин., т.-е. в 3 часа $16\frac{4}{11}$ мин., и т. д. Всех встреч, как легко видеть, будет 11; одиннадцатая наступит через $1\frac{1}{11} \times 11 = 12$ часов после первой, т.-е. в 12 часов; другими словами, она совпадает с первой встречей, и дальнейшие встречи повторяются снова в прежние моменты.

Вот все моменты встреч:

1-я встреча	— в 1 час. $5\frac{5}{11}$ мин.
2-я »	— в 2 » $10\frac{10}{11}$ »
3-я »	— в 3 » $16\frac{4}{11}$ »
4-я »	— в 4 » $21\frac{9}{11}$ »
5-я »	— в 5 » $27\frac{3}{11}$ »
6-я »	— в 6 » $32\frac{8}{11}$ »
7-я »	— в 7 » $38\frac{2}{11}$ »
8-я »	— в 8 » $43\frac{7}{11}$ »
9-я »	— в 9 » $49\frac{1}{11}$ »
10-я »	— в 10 » $54\frac{6}{11}$ »
11-я »	— в 12 часов.

Решение задачи № 42.

Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 часов, когда обе стрелки совпадают. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга,—тогда обе стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыду-

щую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на $\frac{11}{12}$ полного круга; чтобы обогнать ее всего на $\frac{1}{2}$ круга, понадобится меньше времени, чем целый час,—меньше во столько раз, во сколько $\frac{1}{2}$ меньше $\frac{11}{12}$, т.-е. потребуется всего $\frac{6}{11}$ часа. Значит, после 12 часов стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя $\frac{6}{11}$ часа, или $32\frac{8}{11}$ минуты. Взгляните на часы в $32\frac{8}{11}$ минуты первого, и вы убедитесь, что стрелки направлены в противоположные стороны.

Единственный ли это момент, когда стрелки так расположены? Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя $32\frac{8}{11}$ минуты после каждой встречи. А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение двенадцати часов; значит, и располагаются стрелки врозь тоже 11 раз в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

$$\begin{aligned} 12 \text{ ч.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} &= 12 \text{ ч. } 32\frac{8}{11} \text{ мин.} \\ 1 \text{ ч. } 5\frac{5}{11} \text{ мин.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} &= 1 \text{ ч. } 38\frac{2}{11} \text{ мин.} \\ 2 \text{ ч. } 10\frac{10}{11} \text{ мин.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} &= 2 \text{ ч. } 43\frac{7}{11} \text{ мин.} \\ 3 \text{ ч. } 16\frac{4}{11} \text{ мин.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} &= 3 \text{ ч. } 49\frac{1}{11} \text{ мин. и т. д.} \end{aligned}$$

Вычислить остальные моменты предоставляю вам самим.

Решение задачи № 43.

Если начать следить за стрелками ровно в 12 часов, то в течение первого часа мы искомого расположения не заметим. Почему? Потому что часовая стрелка проходит $\frac{1}{12}$ того, что проходит минутная, и следовательно отстает от нее гораздо больше, чем требуется для искомого расположения. На какой бы угол ни отошла от XII минутная стрелка, часовая повернется на $\frac{1}{12}$ этого угла, а не на $\frac{1}{2}$, как нам требуется. Но вот прошел час; теперь минутная стрелка стоит у XII, часовая—у 1, на $\frac{1}{12}$ полного оборота впереди минутной. Посмотрим, не может ли такое распо-

ложение стрелок наступить в течение второго часа. Допустим, что момент этот наступил тогда, когда часовая стрелка отошла от цифры XII на долю оборота, которую мы обозначаем через x . Минутная стрелка успела за то же время пройти в 12 раз больше, т.-е. $12 \cdot x$. Если вычесть отсюда один полный оборот, то остаток $12 \cdot x - 1$ должен быть вдвое больше, чем x , т.-е. равняться $2 \cdot x$. Мы видим, следовательно, что $12 \cdot x - 1 = 2 \cdot x$, откуда следует, что 1 целый оборот равен $10 \cdot x$ (действительно: $12 \cdot x - 10 \cdot x = 2 \cdot x$). Но если $10 \cdot x =$ целому обороту, то одно $x = \frac{1}{10}$ части оборота. Вот и решение задачи: часовая стрелка отошла от цифры XII на $\frac{1}{10}$ полного оборота, на что требуется $\frac{12}{10}$ часов, или 1 час 12 мин. Минутная стрелка при этом будет вдвое дальше от XII, т.-е. на расстоянии $\frac{1}{5}$ оборота; это отвечает $\frac{60}{5} = 12$ минутам, — как и должно быть.

Мы нашли одно решение задачи. Но есть и другие: стрелки в течение двенадцати часов располагаются таким же образом не один раз, а несколько. Попытаемся найти остальные решения.

Для этого дождемся двух часов; минутная стрелка стоит у XII, а часовая — у II. Рассуждая по предыдущему, получаем равенство

$$12 \cdot x - 2 = 2 \cdot x,$$

откуда 2 целых оборота равны $10 \cdot x$ и, значит, $x = \frac{1}{5}$ целого оборота. Это соответствует моменту $\frac{12}{5} = 2$ ч. 24 м.

Дальнейшие моменты вы легко вычислите сами. Тогда вы найдете, что стрелки располагаются согласно требованию задачи в следующие 10 моментов:

в 1 час 12 мин.	в 7 час. 12 мин.
в 2 » 24 »	в 8 » 24 »
в 3 » 36 »	в 9 » 36 »
в 4 » 48 »	в 10 » 48 »
в 6 часов	в 12 часов.

Ответы: «в 6 часов» и «в 12 часов» могут показаться неверными, — но только с первого взгляда. Действительно: в 6 часов часовая стрелка стоит у VI, минутная же — у XII, т.-е. ровно вдвое дальше. В 12 же часов часовая стрелка удалена от XII на нуль, а минутная, если хотите, на «два нуля» (потому что двойной нуль — то же, что и нуль); значит, и этот случай, в сущности, удовлетворяет условию задачи.

Решение задачи № 44.

После предыдущих разъяснений решить эту задачу уже не трудно. Легко сообразить, рассуждая, как прежде, что в первый раз требуемое расположение стрелок будет в тот момент, который определяется равенством:

$$12 \cdot x - 1 = \frac{x}{2},$$

откуда $1 = 11\frac{1}{2} \cdot x$, или $x = \frac{2}{23}$ целого оборота, т.-е. через $1\frac{1}{23}$ часа после XII. Значит, в 1 час. $2\frac{14}{23}$ минуты стрелки будут расположены требуемым образом. Действительно, минутная стрелка должна стоять посередине между XII и $1\frac{1}{23}$ часами, т.-е. на $\frac{12}{23}$ часа, что как раз и составляет $\frac{1}{23}$ полного оборота (часовая стрелка пройдет $\frac{2}{23}$ целого оборота).

Второй раз стрелки расположатся требуемым образом в момент, который определится из равенства:

$$12 \cdot x - 2 = \frac{x}{2},$$

откуда $2 = 11\frac{1}{2} \cdot x$ и $x = \frac{4}{23}$; искомый момент — 2 часа $5\frac{5}{23}$ мин.

Третий искомый момент — 3 час. $7\frac{19}{23}$ мин. и т. д.

Решение задачи № 45.

Задача эта решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки стояли у XII, и затем часовая отошла от XII на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквою x . Минутная стрелка за то же время успела повернуться на $12 \cdot x$. Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требованию нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка отстояла от конца целого круга на столько же, на сколько часовая стрелка успела отойти от начала; другими словами:

$$1 - 12 \cdot x = x.$$

Отсюда $1 = 13 \cdot x$ (потому что $13 \cdot x - 12 \cdot x = x$). Следовательно $x = \frac{1}{13}$ доле целого оборота. Таковую долю оборота часовая стрелка проходит в $\frac{12}{13}$ часа, т.-е. показывает $55\frac{5}{13}$ мин. первого. Минутная стрелка в то же время прошла в 12 раз больше, т.-е. $\frac{12}{13}$ полного оборота; обе стрелки, как видите, отстоят от XII одинаково, а следовательно одинаково отодвинуты и от VI по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок—именно то, которое наступает в течение первого часа. В течение второго часа подобное положение наступит еще раз, мы найдем его, рассуждая по предыдущему, из равенства

$$1 - (12x - 1) = x, \text{ или } 2 - 12x = x,$$

откуда $2 = 13x$ (потому что $13x - 12x = x$), и следовательно $x = \frac{2}{13}$ полного оборота. В таком положении стрелки будут в $1\frac{1}{13}$ часа, т.-е. в $50\frac{10}{13}$ минуты второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от XII на $\frac{3}{13}$ полного круга, т.-е. в $2\frac{10}{13}$ часа, и т. д. Всех положений 11, причем после

VI часов стрелки меняются местами: часовая стрелка занимает те места, в которых была раньше минутная, а минутная становится на места часовой.

Решение задачи № 46.

Обычно отвечают—«7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен.

Когда часы бьют три, мы наблюдаем два промежутка:

1) между первым и вторым ударом;

2) между вторым и третьим ударом.

Оба промежутка делятся 3 секунды; значит, каждый продолжается вдвое меньше—именно $1\frac{1}{2}$ секунды.

Когда же часы бьют семь, то таких же промежутков бывает 6. Шесть раз по полторы секунды составляют 9 секунд. Следовательно часы «бьют семь» (т.-е. делают 7 ударов) в 9 секунд.

Решение задачи № 47.

Солнце при своем кажущемся суточном движении описывает полный круг в 24 часа,—т.-е. во столько же времени, как и часовая стрелка упомянутых заграничных часов. Поэтому, если в полдень, т.-е. в 12 часов дня, расположить циферблат карманных часов так, чтобы часовая стрелка была направлена на солнце, то стрелка эта, двигаясь вместе с солнцем, будет все время указывать на дневное светило.

Отсюда вытекает простой способ отыскивать помощью часов (конечно, только днем, в безоблачную погоду) то место, где солнце бывает в полдень, т.-е. находить направление на юг. Для этого нужно только расположить циферблат так, чтобы часовая стрелка указывала на солнце; тогда направление на цифру XII укажет, где было солнце в 12 часов, т.-е. укажет направление на юг.

Решение задачи № 48.

Часовая стрелка обыкновенных часов описывает полный круг не в 24 часа, а в 12 часов, т.-е. движется вдвое медленнее, чем солнце по небу. Отсюда легко сообразить (см. предыдущую задачу), как найти направление на юг помощью обыкновенных карманных часов.

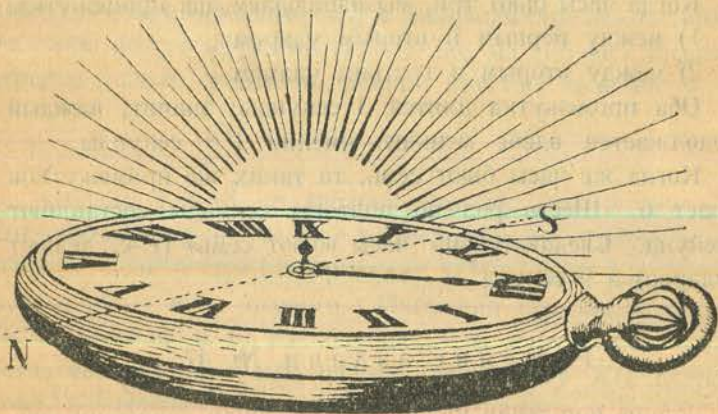


Рис. 41. Часы в роли компаса.

Нужно расположить их так, чтобы часовая стрелка была направлена на солнце, и разделить пополам (на глаз) угол между часовой стрелкой и направлением на цифру XII. Линия, делящая этот угол пополам, покажет, где солнце было в полдень, т.-е. покажет точку юга.

Решение задачи № 49.

Большинство людей в ответ на вопрос нашей задачи рисуют:

6 или 9, или: VI или IX.

Это показывает, что можно видеть вещь сто тысяч раз и все-таки не знать ее. Дело в том, что обычно на циферблате (мужских часов) цифры шесть вовсе нет, потому что на ее месте помещается секундник.

Решение задачи № 50.

Загадочные перерывы в тиканьи часов происходят просто от утомления слуха. Наш слух, утомляясь, притупляется на несколько секунд—и в эти промежутки мы не слышим тиканья. Спустя короткое время утомление проходит, и прежняя чуткость восстанавливается,—тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление, и т. д.

Г Л А В А VI.

НЕОЖИДАННЫЕ ПОДСЧЕТЫ

ЗАДАЧА № 51.

Стакан гороху.

Вы много раз держали в руках горошину и не менее часто имели дело со стаканом. Размеры того и другого вам должны быть поэтому хорошо знакомы. Представьте же себе теперь стакан, доверху наполненный горохом, и вообразите, что все эти горошины выставлены в один ряд, вплотную одна к другой.

Как вы думаете—был ли бы этот ряд длиннее обеденного стола или короче?

ЗАДАЧА № 52.

Листья дерева.

Если бы сорвать с какого-нибудь старого дерева—например, с липы—все листья и положить их рядом, без промежутков, то какой приблизительно длины был бы этот ряд? Можно ли было бы, например, окружить им большой дом?

ЗАДАЧА № 53.

Миллион шагов.

Вы, конечно, очень хорошо знаете, что такое миллион, и столь же хорошо представляете себе длину своего шага. А раз вы знаете то и другое, то вам не-

ЗАДАЧА № 54.

Квадратный метр.

Я знал школьника, который, услышав впервые, что в квадратном метре миллион квадратных миллиметров, не хотел этому верить. Никакие разъяснения не были для него убедительны. «Откуда их берется так много?—недоумевал он.—Вот у меня лист миллиметровой бумаги, длиной и шириной ровно в метр. Неужели же в этом квадрате целый миллион миллиметровых клеточек? Ни за что не поверю».

— А ты пересчитай,—посоветовали ему.

— И пересчитаю! В воскресенье будет у меня свободное время, я и займусь этим делом.

В воскресенье он встал рано утром и сразу же принялся за счет, аккуратно отмечая точками сосчитанные квадратики. Каждую секунду появлялась новая точка под острием его карандаша; работал он усердно, и дело шло быстро.

Но убедился ли он в этот день, что квадратный метр заключает, действительно, миллион миллиметровых клеточек?

ЗАДАЧА № 55.

Кубический метр.

В одной школе учитель задал вопрос: какой высоты получился бы столб, если бы поставить один на другой все миллиметровые кубики, заключающиеся в кубическом метре?

— Это было бы выше Эйфелевой башни (300 метров)! воскликнул один школьник.

— Даже выше Монблана (5 килом.),—ответил другой. Кто из них ошибался больше?

ЗАДАЧА № 56.

Кубический километр.

Вообразите кубический ящик высотой в целый километр (немного менее версты). Как вы думаете, сколько таких ящиков понадобилось бы, чтобы вместить тела всех людей, живущих на свете? Примите во внимание, что население земного шара равно 1800 миллионам человек, и что в одном кубическом метре можно уместить, средним счетом, 5 человеческих тел.

ЗАДАЧА № 57.

Волос.

Человеческий волос очень тонок: толщина его—около 20-й доли миллиметра. Но если бы волос был в миллион раз толще, какой примерно ширины был бы он? Один из моих знакомых, которому я задал этот вопрос, ответил, что волос был бы тогда толще круглой комнатной печи; другой утверждал, что волос был бы шириной во всю комнату. Оба, конечно, ошибались,—но кто ошибся больше?

ЗАДАЧА № 58.

Сколько портретов?

Нарисуйте портрет на папке и разрежьте его на полосы, как показано на нашем рисунке,—положим, на 9 полос.

Если вы умеете хоть немного рисовать, вам нетрудно

будет изготовить еще такие же полосы с изображением различных частей лица,—однако так, чтобы каждые две соседние полосы, даже принадлежащие к разным портретам, можно было прикладывать одну к другой без нарушения непрерывности линий. Если вы для каждой части лица приготовите, например, 4 полосы*), у вас будет



Рис. 42. Составные портреты.

28 полос, из которых, складывая по 9, вы сможете составлять разнообразные портреты.

В магазинах, где одно время продавали готовые наборы таких полос (или брусков) для составления портретов, продавцы уверяли покупателей, что из 36 полос можно получить тысячу различных физиономий.

Верно ли это?

*) Их удобнее всего наклеивать на четыре стороны квадратного бруска.

ЗАДАЧА № 59.

Французский замок.

Хотя французский замок известен всем, но устройство его знают лишь немногие. Поэтому часто приходится слышать сомнения в том, чтобы могло существовать большое число различных французских замков и ключей к ним. Достаточно, однако, познакомиться с остроумным механизмом этих замков, чтобы убедиться в возможности разнообразить их в достаточной степени.

Рис. 43-й изображает французский замок, как мы его видим с лица (кстати, — название «французский» совершенно неправильно, так как родина этих замков Америка,



Рис. 43.

а изобретатель их американец Изль, — почему на всех таких замках и ключах имеется надпись «Yale»). Вы видите вокруг замочной скважины небольшой кружок: это основание валика, проходящего через весь замок. Задача открывания замка заключается в том, чтобы повернуть этот валик, — но в этом-то

и вся трудность. Дело в том, что валик удерживается в определенном положении пятью короткими стальными стерженьками (черт. 44). Каждый стерженек в каком-нибудь месте распилен на-двое, и только если разместить стерженьки так, чтобы все разрезы приходились на уровне валика, можно будет его повернуть.

Это необходимое расположение придает стерженькам ключ с соответственными выступами на краю: достаточно его вставить, чтобы стерженьки заняли то определенное и единственное расположение, которое необходимо для открытия замка.

Теперь легко понять, что число различных замков этого типа может быть, действительно, весьма велико. Оно

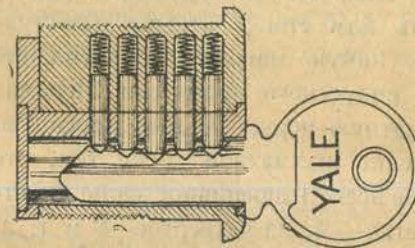


Рис. 44. Продольный разрез через французский замок.

зависит от того, сколькими способами можно разрезать каждый стержень на две части; число это, разумеется, не бесконечно, если принять во внимание ограниченную высоту зубчиков ключа.

Предположите, что каждый стерженек можно разрезать на две части 10-ю способами, и попробуйте сосчитать, сколько же различных французских замков можно при таком условии изготовить?

ЗАДАЧА № 60.

Скромная награда.

Задача, которую я вам сейчас предложу, не нова, даже очень не нова. Она общеизвестна, но именно потому я и включил ее в этот сборник головоломок. Ведь книжка моя предназначается не для тех, кто знает все общеизвестное, а для тех, кому это еще должно стать известным.

Итак, пусть вам станет отныне известна старинная легенда о том, какую награду попросил себе древний мудрец Сета у индусского правителя Шерама за то, что придумал шахматную игру. Мудрец просил вознаградить его за изобретение шахматной доски тем, чтобы выдать за первое ее поле всего 1 пшеничное зерно, за второе поле— 2 зерна, за третье— 4, за четвертое— 8 и т. д., удваивая вознаграждение за каждое следующее поле, пока не будут оплачены все 64 поля доски. Что же касается шахматных фигур, то за них мудрец никакой награды не требовал.

Правитель подивился такой скромности и отпустил мудреца, приказав немедленно выдать ему следуемые зерна.

Когда спустя некоторое время правитель осведомился, исполнено ли в точности его приказание, ему в смущении ответили, что требуемая награда не может быть выдана.

— Почему?—спросил правитель.

— Почему?—спросим и мы читателя.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 51—60.

Решение задачи № 51.

Ряд горошин был бы гораздо длиннее стола. Поперечник горошины равен, примерно, от $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{3}$ сантиметра. Если остановимся на последнем размере, то в кубике с реб-

ром в 1 сантиметр должно уместиться не менее $2 \times 2 \times 2 = 8$ горошин *); следовательно в стакане емкостью 200 куб. сантиметров число горошин должно быть не меньше 1600. Расположив их в один ряд, получим длину $\frac{1}{2} \times 1600 = 800$ сантиметров, или 8 метров. Это составляет 4 сажени— расстояние гораздо длиннее любого стола.

Если исходить из размера горошины $\frac{1}{3}$ сантиметра, то в куб. сантиметре помещается их не менее $3 \times 3 \times 3 = 27$, а в стакане— не менее $27 \times 200 = 5400$. Длина ряда из 5400 таких горошин равна $\frac{1}{3} \times 5400 = 1800$ сантиметров, или 18 метров—еще больше, чем в случае крупных горошин.

Решение задачи № 52.

Не только дом, но и иной губернский город можно было бы окружить расположенными в ряд листьями одного дерева, потому что такой ряд тянулся бы верст на десять! В самом деле: на старом дереве не менее 200—300 тысяч листьев. Если остановиться даже на числе 250000 и считать каждый лист шириною в 5 сантиметров, то ряд получается длиною в 1250000 сантиметров, т.-е. 12500 метров, или $12\frac{1}{2}$ километров.

Решение задачи № 53.

Миллион шагов гораздо больше 10 километров, больше даже 100 километров. Если длина шага примерно $\frac{3}{4}$ метра, то 1000000 шагов = 750 километров. Так как от Москвы

*) Столько горошин помещается в куб. сантиметре при рыхлом сложении; при более же плотной укладке, когда одна горошина частью помещается в промежутке между соседними, горошин должно поместиться больше.

до Ленинграда всего 640 километров, то, сделав от Москвы миллион шагов, вы отошли бы дальше, чем на расстояние Ленинграда.

Решение задачи № 54.

В тот же день школьник в этом убедиться не мог, потому что, если бы он даже работал круглые сутки без перерыва, он не пересчитал бы и десятой доли всех клеточек. Действительно, в сутках $24 \times 60 \times 60 = 86400$ секунд, а в квадратном метре 1000000 квадр. миллиметров. Понадобилось более 11 суток непрерывной работы, чтобы проверить прямым счетом, действительно ли в квадратном метре миллион миллиметровых клеточек. Если же считать по десять часов в сутки, то на подобную проверку понадобилось бы около месяца. Мало у кого достанет терпения выполнить такой счетный подвиг *).

Решение задачи № 55.

Оба ответа далеки от истины, потому что столб получился бы во сто раз выше самой высокой горы на земле. Действительно: в кубическом метре $1000 \times 1000 \times 1000$, т.-е. миллиард кубических миллиметров. Поставленные один на другой, они образовали бы столб высотой в 1000000000 миллиметров, или 1000000 метров, или 1000 километров!

Решение задачи № 56.

В одном ящике указанных размеров не только поместятся все люди земного шара, но могло бы поместиться

*) Впрочем, полвека тому назад такая работа была выполнена одним учителем чистописания в Англии: он аккуратно расставил в толстой тетради миллион точек, по тысяче на каждой странице.

почти втрое больше! Легко вычислить, что если 5 человек занимают объем в 1 куб. метр, то 1800000000 человек заняли бы 360 миллионов кубических метров,—между тем в кубическом километре 1000 миллионов кубических метров.

Решение задачи № 57.

Волос, если бы был в миллион раз толще, превосходил бы по ширине не только любую печку или комнату, но и почти любое здание, потому что поперечник его равнялся бы 50 метрам!

Действительно, умножим ширину волоса, 0,05 мм. на 1000000. Получим 50000 мм., или 50 метров.

Такую ширину имела бы, между прочим, и каждая точка типографского шрифта этой книги, если бы она увеличилась в поперечнике в миллион раз. А каждая буква имела бы при подобном увеличении более двух верст в высоту!

Эти неожиданные результаты показывают, что представление наше о миллионе далеко не так отчетливо, как мы обычно думаем.

Решение задачи № 58.

Число портретов значительно больше тысячи. Сосчитать их можно следующим образом. Обозначим девять частей портретов римскими цифрами I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII и IX; для каждой части имеются 4 полоски, которые мы перенумеруем арабскими цифрами 1, 2, 3, 4.

Возьмем полоску I, 1. Мы можем присоединить к ней полоски II, 1; II, 2; II, 3; II, 4.

Всего, следовательно, здесь возможны 4 сочетания. Но так как часть головы I может быть представлена че-

тырьмя полосками (I, 1; I, 2; I, 3; I, 4) и каждая из них может быть соединена с частью II четырьмя различными способами, то две верхние части головы I и II могут быть соединены $4 \times 4 = 16$ различными способами.

К каждому из этих 16 расположений можно присоединить часть III четырьмя способами (III, 1; III, 2; III, 3; III, 4), следовательно первые три части физиономии могут быть составлены $16 \times 4 = 64$ различными способами.

Таким же образом узнаем, что части I, II, III, IV могут быть расположены $64 \times 4 = 256$ различными способами; части I, II, III, IV, V—1024 способами; части I, II, III, IV, V, VI—4096 способами и т. д.; наконец, все девять частей портрета можно соединить $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$, т. е. 262144 способами.

Итак, из 9 наших брусков возможно составить не 1000, а больше четверти миллиона различных портретов!

Задача весьма поучительна: она объясняет нам, почему так редко встречаются две одинаковые человеческие физиономии. Еще Владимир Мономах в своем «Поучении» изумлялся тому, что при огромном числе людей на свете каждый имеет свое особое лицо. Но мы сейчас убедились, что если бы человеческое лицо характеризовалось всего 9-ю чертами, допускающими каждая всего 4 видоизменения, то могло бы существовать более 260000 различных лиц. В действительности же характерных черт человеческого лица гораздо больше 9, и видоизменяться они могут больше чем 4 способами. Так, при 20 чертах, варьирующих каждая на 10 ладов, мы имеем различных лиц:

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \dots (20 \text{ множителей}), \text{ т. е.}$

100000000000000000000

Это во много раз больше, чем людей во всем мире (1800000000).

Решение задачи № 59.

Рассуждая подобно тому, как и при решении предыдущей задачи, нетрудно сосчитать, что число различных замков равно $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$.

Каждому из этих 100000 замков соответствует особый ключ,—единственный, которым возможно его открыть. Существование ста тысяч различных замков и ключей, конечно, вполне обеспечивает владельца замка, так как у желающего вкрасться в помещение помощью подобранный ключа есть только 1 шанс из 100000 напасть на подходящий ключ.

Наш подсчет только примерный: он сделан в предположении, что каждый стерженек замка может быть разделен на-двое только 10-ю способами. В действительности это возможно сделать, вероятно, большим числом способов, и тогда число различных замков значительно увеличивается.

Решение задачи № 60.

«Скромная награда» не могла быть выдана потому, что не только в Индии, но и во всем мире нет того количества зерен, какое она насчитывает!

Самое вычисление затребованной суммы зерен представляет собой нелегкую задачу. В самом деле: требуется сложить ряд чисел:

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + \dots$ и т. д.

Здесь выписаны только первые 8 чисел. Но остается еще 56. Чтобы узнать последнее, 64-е число, нужно умножить число 2 само на себя 62 раза. Индусы,—они не знали еще логарифмов, сокращающих подобные вычисления,—

должны были выполнить это умножение обычными приемами арифметики; а стоит лишь приступить к этой работе, чтобы ощутить, насколько это утомительно. Правда, можно облегчить себе работу и сэкономить много времени, разбив наши 63 множителя на группы, по 7 двоек в каждом; тогда придется перемножить «только» 9 множителей, каждый из которых равен 128,—или же, если хотите, «всего» три множителя, каждый из которых $= (128 \times 128 \times 128)$. Но на деле вы убедились бы, что слова «только» и «всего» недаром взяты здесь в кавычки, потому что работы остается предостаточно. А ведь это только одно последнее, 64-е слагаемое; надо же знать все предыдущие 63 слагаемых, да кроме того эти числа сложить...

Для тех, кто проходил алгебру и знаком с логарифмами и прогрессиями, выполнение этого расчета—правда, лишь приближенное, с точностью до 100000-й доли результата—не составило бы никакого труда. Так как у читателей этой книжки я не могу предполагать таких познаний из алгебры, а с другой стороны, не собираюсь засадить их за многочасовые выкладки, то укажу простой способ получить хотя бы грубо-приблизительное представление об истинных размерах «скромной награды» индусского мудреца.

Продолжив ряд

2, 4, 8, 16, 32, 64 и т. д.

до 10-го члена его, мы получим 1024. Так как мы стремимся только приблизительно определить, как велико последнее слагаемое, то позволительно в числе 1024 откинуть 24 единицы, чтобы получить круглое число 1000. Если первые десять двоек при перемножении дали около 1000, то столько же получится от умножения и следующих 10 двоек, а также дальнейших групп из 10 двоек. Всех множителей-двоек у нас 63, т. е. шесть групп по 10 и еще

седьмая группа из трех двоек. Значит, число зерен, причитающееся изобретателю за последнее, 64-е поле шахматной доски должно приблизительно равняться

$$1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times (2 \times 2 \times 2) = 8000000000000000000$$

Восемь триллионов зерен—вот примерная величина последнего слагаемого!

Чтобы вычислить (приблизительно) всю сумму, обратим внимание на поучительную особенность ряда

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и т. д.

Легко заметить, что каждое число в нем равно сумме всех предыдущих, увеличенной на 1. Например:

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1; \quad 16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1; \\ 32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1.$$

Понятно, что и последнее, 64-е число этого ряда равно сумме 63-х предыдущих + 1. Но мы уже знаем, что это последнее число равно (приблизительно) 8-ми триллионам. Следовательно сумма всех предыдущих чисел тоже приблизительно равна 8 триллионам, а общее число всех зерен, причитающихся изобретателю, приблизительно равно

$$16000000000000000000.$$

Результат этот, однако, заведомо меньше истинного—вспомните, что в каждом из 6 множителей мы откидывали 24 единицы (брали ровно 1000 вместо 1024). Точное вычисление дало бы результат:

$$18446744073709551515.$$

Чтобы помочь вам ощутить огромность этого числа, замечу, что в кубическом метре (80-ведерной бочке) помещается 15 миллионов пшеничных зерен. «Скромная награда» должна была поэтому занять объем приблизительно в 12000000000000 кубических метров. Это составляет 12000 кубических километров!,—во много раз больше той горы зерен, которая изображена на обложке этой книги.

Далее. Поверхность земного шара—всех его материков и океанов—равна 500 биллионам кв. метров. Значит, если рассыпать наше число зерен ровным слоем по всему миру, то слой этот имел бы в толщину $12 : 500 = 0,024$ метра, или примерно $\frac{1}{4}$ сантиметра. Будь земной шар целиком превращен в сплошное пшеничное поле (для чего понадобилось бы осушить океаны, растопить полярные льды и оросить все пустыни), то урсжай целиком пошел бы в награду изобретателю шахматной игры.

В заключение предлагаю читателю самому вычислить, какая длина получилась бы, если бы все эти зерна выложить в один ряд. На всякий случай сообщаю, что от земли до солнца 150000000 километров,—хотя не думаю, чтобы вам пришлось с такою цепью зерен остаться в пределах солнечной системы.

Г Л А В А VII.

ЗАДАЧИ №№ 61—70.

ПУТЕШЕСТВИЯ ПО КРИСТАЛЛУ И НЕПРЕРЫВНОЕ ЧЕРЧЕНИЕ.

— Чем эта муха на кристалле вас так заинтересовала?

— Своим странным поведением: она ходит по кристаллу, право, не без системы. Посмотрите, все время придерживается она ребер и не ступает по граням. Что за охота ей ходить по гребням, когда рядом сколько угодно плоских мест?

— Мне кажется, дело довольно просто. Чем склеены у вас грани этого кристалла?

— Вы подозреваете, что в клее есть что-то сладкое, привлекающее муху? Кажется, вы правы; она действительно вылизывает хоботком ребра кристалла. Так вот почему она медленно и систематически переходит с одного ребра на другое!

— И при этом на практике разрешает интересную задачу: обойти весь многогранник по его ребрам, не посещая дважды ни одного ребра.

— Разве это возможно?

— В данном случае вполне: ведь этот кристалл—восьмигранник.

— Да, октаэдр. Что же из этого?

— У него на каждой вершине сходятся 4 ребра.

— Разумеется. Но какое же отношение имеет это к нашей задаче?

— Самое непосредственное. Задача обойти все ребра многогранника, и притом не более, чем по одному разу, разрешима только для тех многогранников, у которых на каждой вершине сходится четное число ребер.

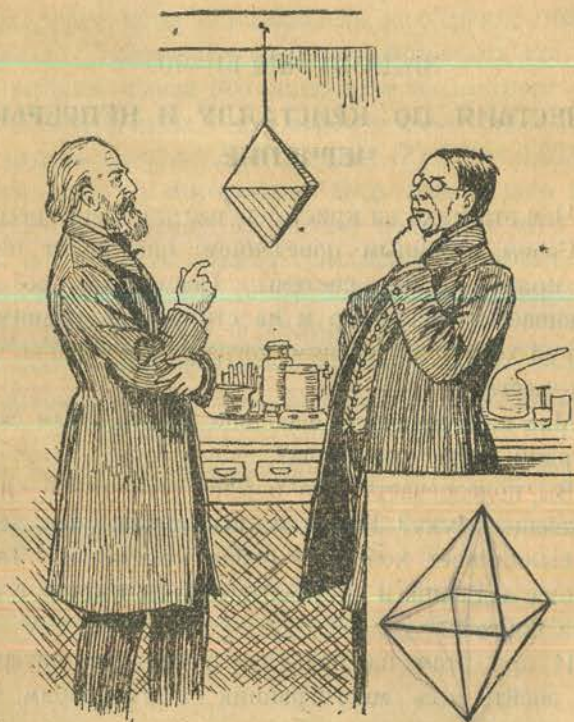


Рис. 45. Муха на кристалле.

— Вот как! Я об этом не знал. Почему же?

— Почему у каждой вершины должно сходиться именно четное число ребер? Очень просто. Надо ведь на каждую вершину попасть и надо с нее уйти,—значит, нужно, чтобы к ней вела одна дорога и от нее отходила

другая, т.е. чтобы у нее сходилась пара ребер. Если же, продолжая путешествовать по кристаллу, вы попадете на ту же вершину вторично, т.е. если к ней ведет еще и третье ребро, то должно иметься непременно и четвертое ребро, чтобы вы могли уйти с этой вершины, а не очутиться в тупике. Другими словами, число ребер, сходящихся у каждой вершины, должно быть парное, т.е. четное. Если хотя бы одна вершина многогранника имеет нечетное число сходящихся к ней ребер, то на такую вершину вы, исчерпав все ведущие к ней парные ребра, можете попасть, конечно, по последнему неиспользованному ребру,—но покинуть этой вершины уже не сможете: путешествие здесь поневоле оборвется.

— Но я могу ведь совсем не воспользоваться этим ребром, раз оно заведомо ведет в тупик!

— Тогда вы не выполните другого условия нашего путешествия: пройти по всем ребрам без исключения.

— Позвольте: но может же случиться, что это ребро как раз последнее и единственное еще не пройденное. Тогда нет вовсе надобности покидать его: оно и будет конечной целью путешествия.

— Совершенно правильно. И если бы в фигуре была только одна «нечетная» вершина, то вам нужно было бы избрать такой маршрут, чтобы вершина эта оказалась последним этапом,—тогда вы разрешили бы задачу успешно. Или же можете начать с этой вершины—тогда вам не придется на нее возвращаться. Я должен только прибавить к этому, что фигуры с одной «нечетной» вершиной существовать не может: таких вершин должно быть четное число—две, четыре, шесть и т. д.

— Это почему же?

— Подумайте о том, что каждое ребро соединяет две вершины. И если какая-нибудь вершина имеет ребро

без пары, то ребро это должно упираться в какую-нибудь соседнюю вершину и там тоже быть непарным ребром.

— А если соседняя вершина была бы без этого ребра тоже нечетная? Тогда новое ребро делает ее «четной», и наша «нечетная» вершина остается одинокой.

— Этого не может быть. Если без нашего ребра у соседней вершины сходится нечетное число ребер, то, значит, одно из ее ребер, остающееся вне пары, соединено со следующей вершиной, и следовательно «нечетная» вершина будет найдена дальше, но все же будет существовать. Вы видите, что если в фигуре имеется одна «нечетная» вершина, то непременно должна существовать и вторая. Число «нечетных» вершин не может быть нечетным. Поясню это еще и иным путем, пожалуй, более простым. Предположите, что вы желаете сосчитать, сколько ребер в какой-нибудь фигуре. Вы считаете ребра, сходящиеся у одной вершины, прибавляете ребра, сходящиеся у второй, потом—у третьей и т. д. Когда вы все это сложите, что у вас получится?

— Двойное число ребер фигуры, потому что каждое ребро считалось по два раза: ведь каждое ребро соединяет две вершины.

— Именно. Вы получите удвоенное число ребер. И если допустить, что у одной из вершин сходится нечетное число ребер, а у всех прочих—четное, то результат сложения будет, конечно, число нечетное. Но может ли удвоенное целое число быть нечетным?

— Не может, конечно. Теперь мне вполне ясно, что «нечетных» вершин во всякой фигуре должно быть две, четыре—вообще, четное число. Все же я думаю, что и кристалл с двумя «нечетными» вершинами возможно обойти. Пусть у нас имеется фигура с двумя «нечетными» вершинами. Что мешает начать путешествие именно в одной из этих точек и закончить в другой? Тогда не понадобится ни воз-

вращаться в первую ни уходить из последней. Путешествие будет выполнено с соблюдением всех требуемых условий.

— Правильно! В этом и состоит секрет успешного выполнения подобных путешествий, или—что то же самое—правило вычерчивания фигур одним почерком пера. Если требуется непрерывным движением начертить фигуру—безразлично, в плоскости или в пространстве,—то прежде всего внимательно рассмотрите фигуру и определите, имеются ли у нее «нечетные» вершины, т.-е. такие вершины, у которых встречается непарное число линий. Если подобных вершин в фигуре больше двух, то задача неразрешима. Если только две,—то нужно начать вычерчивание из одной «нечетной» точки и закончить в другой. Если «нечетных» вершин вовсе нет, то можете начинать чертить из любой вершины, и всегда найдется способ выполнить всю фигуру, возвратившись к начальной точке. Каким путем вы в таком случае поведете перо—безразлично. Надо только заботиться о том, чтобы не вести линию к

вершине, от которой нет больше пути, т.-е. стараться не замыкать фигуры раньше времени. Вот пример: фигура в форме буквы Ф (черт. 46). Можно ли ее начертить одним почерком пера?



Рис. 46.

— В ней всего две «нечетные» вершины, именно концы палки. Значит, ее



Рис. 47.

начертить одним почерком пера возможно. Но как?

— Надо начать с одного конца палки и кончить другим, вот так (черт. 47).

— В детстве я ломал свою голову над тем, чтобы начертить одним почерком пера четырехугольник с двумя

диагоналями (черт. 48). Мне этого никак не удавалось сделать.

— И не удивительно: ведь в ней 4 нечетных вершины — углы четырехугольника. Бесполезно даже ломать голову над этой задачей: она неразрешима.

— А такая фигура (черт. 49)?



Рис. 48.



Рис. 49.



Рис. 50.

— Ее тоже нельзя начертить одной непрерывной линией, потому что у нее 4 вершины, в каждой из которых сходится по 5 линий, т.е. у нее 4 «нечетных» вершины.

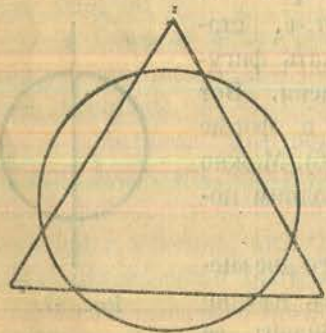


Рис. 51.

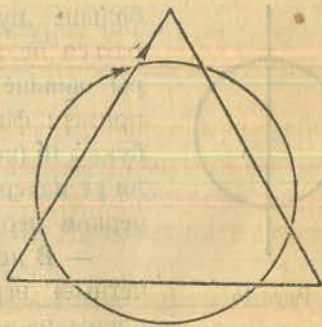


Рис. 52.

Зато легко начертить фигуры черт. 50-й и 51-й: у них все вершины «четные» (решение для черт. 51 — см. черт. 52). Теперь перейдем к той задаче, которую собирается решить наша муха: обойти по одному разу все ребра октаэдра

непрерывным движением. На каждой вершине этой фигуры сходятся 4 ребра; в ней вовсе нет «нечетных» вершин. Поэтому вы можете начать путешествовать с любой вершины и возвратитесь в исходную точку. Вот одно из возможных решений (черт. 53):

— А знаете, это интересный род головоломок! Дайте мне десяток подобных задач, я подумаю о них на досуге.

— Извольте.

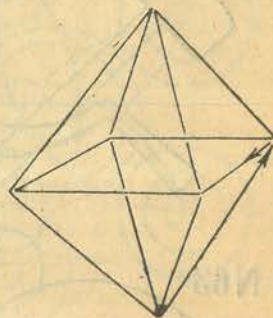


Рис. 53.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ №№ 61—70.

Из представленных на стр. 84 и 85 фигур безусловно могут быть начерчены непрерывной линией фигуры 62-я, 64-я, 65-я, 67-я, 68-я, 69-я и 70-я. В этих фигурах у всех точек пересечения сходится четное число линий, — следовательно можно начать чертить с любой точки. Каждая точка может служить начальной, она же будет и конечной. Выполнение чертежей показано на стр. 86 и 87.

Фигура 61-я включает только две «нечетные» точки, именно те места, где ручка молотка входит в головку: у них сходится по 3 линии. Поэтому фигуру можно начертить непрерывной линией только в том случае, если начать в одной из «нечетных» точек и кончить в другой.

То же относится и к фигуре 63-й: она содержит только две «нечетных» точки, *М* и *П*: они и должны быть начальной и конечной точкой при черчении.

Фигура 66-я включает более двух «нечетных» точек, — а потому ее совершенно невозможно начертить одной непрерывной линией.

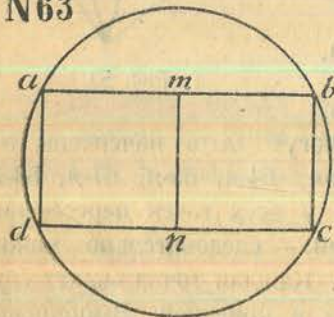
N61



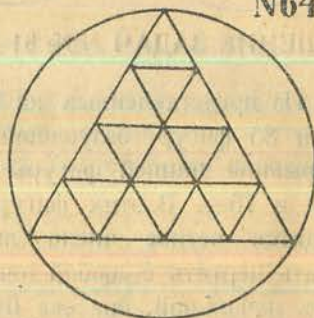
N62



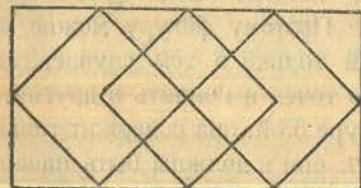
N63



N64



N65



N66

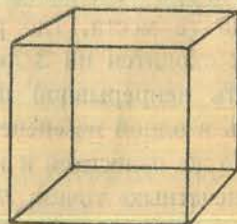
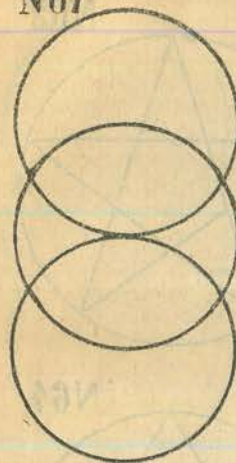
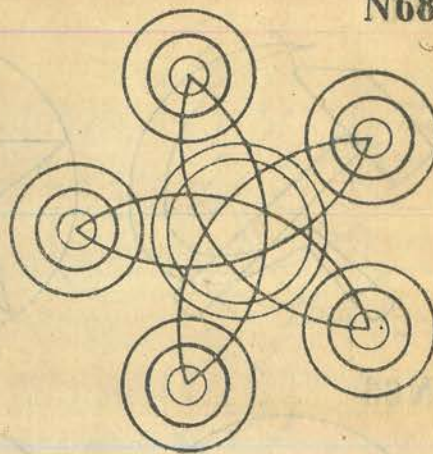


Рис. 54. Задачи на непрерывное вычерчивание фигур:
№№ 61—66.

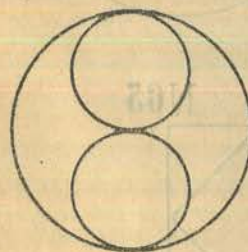
N67



N68



N69



N70

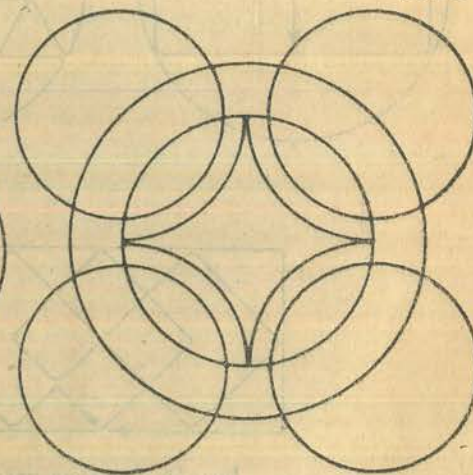
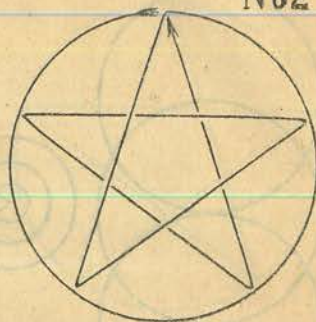


Рис. 55. Задачи на непрерывное вычерчивание фигур:
№№ 67—70.

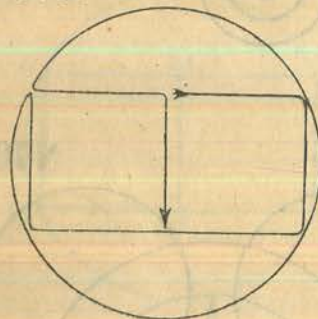
N61



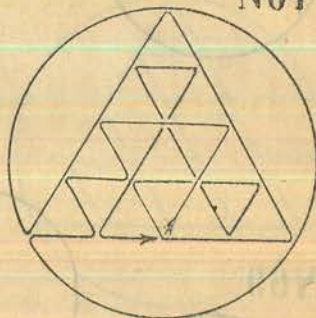
N62



N63



N64



N65

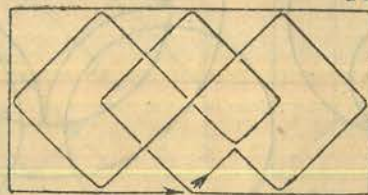
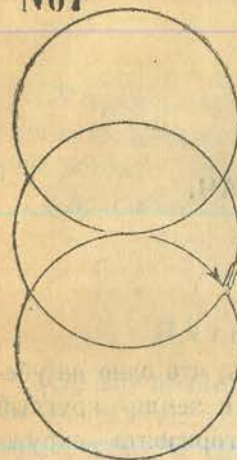
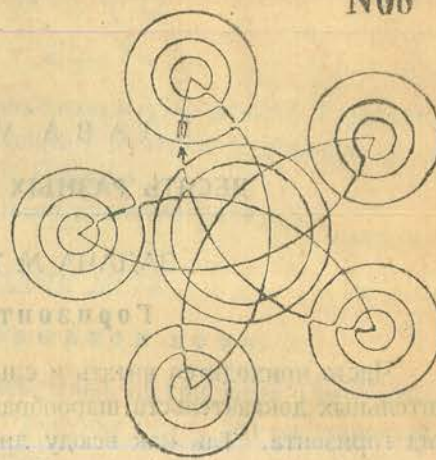


Рис. 56. Решения задач:
№№ 61—65.

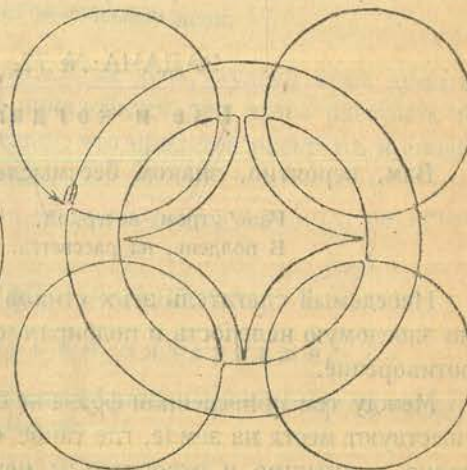
N67



N68



N70



N69

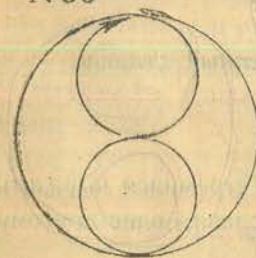


Рис. 57. Решения задач:
№№ 67—70.

ГЛАВА VIII.

ДЕСЯТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ.

ЗАДАЧА № 71.

Горизонт.

Часто приходится читать и слышать, что одно из убедительных доказательств шарообразности земли—круглый вид горизонта. Так как всюду линия горизонта—окружность, то земля наша должна быть шаром.

Подумайте, однако: какую фигуру имела бы линия горизонта, если бы земля наша была не шарообразная, а плоская, бесконечно простираясь во все стороны?

ЗАДАЧА № 72.

Где и когда?

Вам, вероятно, знаком бессмысленный стишок

Рано утром, вечером,
В полдень, на рассвете...

Неведомый слагатель этих стихов стремился выразить ими заведомую нелепость и подбирая слова, одно другому противоречие.

Между тем приведенная фраза не совсем бессмысленна; существуют места на земле, где такое определение времени вполне применимо и относится к некоторому реальному моменту.

Где же и когда это бывает?

ЗАДАЧА № 73.

Рост Езопа *).

«Уверяют, что Езопова голова была длиною 7 дюймов, а ноги так длинны, как голова и половина туловища; туловище ж равно длине ног с головою.

«Спрашивается рост сего славного человека».

ЗАДАЧА № 74.

Пять обрывков цепи.

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой—они изображены здесь на рисунке (черт. 58)—и поручили соединить их в одну цепь.



Рис. 58. Обрывки цепи.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что придется раскрыть и снова заковать четыре кольца.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

ЗАДАЧА № 75.

Четырьмя пятерками.

Нужно выразить число 16 помощью 4 пятерок, соединяя их знаками действий,

Как это сделать?

*) Эта задача заимствована из обширного старинного русского учебника математики Ефима Войтяховского, конца XVIII века.

ЗАДАЧА № 76.

Вишня.

Мякоть вишни окружает ее косточку слоем такой же толщины, как и сама косточка. Будем считать, что и вишня и косточка имеют форму шариков. Можете ли вы сообразить в уме, во сколько раз объем сочной части вишни больше объема косточки?

ЗАДАЧА № 77.

Дыни.

Продаются две дыни. Одна, окружностью 72 сантиметра, стоит 40 рублей. Другая, окружностью 60 сантиметров, стоит 25 рублей.

Какую дыню выгоднее купить?

ЗАДАЧА № 78.

Удивительная затычка.

В доске выпилены три отверстия: одно—квадратное, другое—круглое, третье—в форме креста. На нашем чертеже 59-м вы видите эти отверстия.

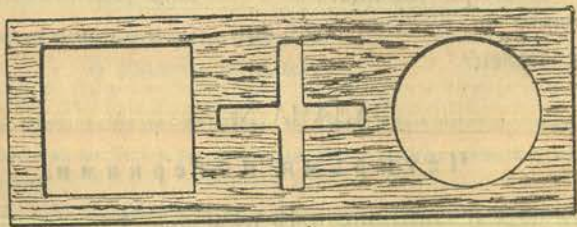


Рис. 59. Заткнуть эти дыры одной и той же затычкой.

Нужно изготовить затычку такого фасона, чтобы она годилась для каждого из этих отверстий.

Вам кажется, что такой всеобщей затычки быть не может: отверстия чересчур разнообразны по форме.

Могу вас уверить, что подобная затычка существует. Попытайтесь найти ее.

ЗАДАЧА № 79.

Модель башни Эйфеля.

Башня Эйфеля в Париже, 300 метров высоты, сделана целиком из железа, которого пошло на нее 8000000 килограммов. У моего знакомого есть точная модель знаменитой башни, весящая всего только один килограмм.

Какой она высоты? Выше стакана или ниже?

ЗАДАЧА № 80.

Муха на ленте.

У меня была в руках длинная бумажная лента, с одной стороны красная, с другой—белая. Я склеил ее концы и получившееся бумажное кольцо положил на стол.

Внимание мое привлекла муха, севшая на красную сторону ленты и начавшая странствовать по ней. Я стал следить за ее путешествием вдоль ленты и, к изумлению, заметил, что, побродив немного по ленте, она очутилась на противоположной, белой стороне, хотя все время оставалась на ленте и нигде не переползала через ее край. Продолжая следить за ее движениями, я вскоре увидел ее снова на красной стороне ленты, хотя положительно мог утверждать, что она не переступала и не перелетала через края ленты и ползла все время, не покидая ее.

Не объясните ли вы, как могло это случиться?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 71—80.

Решение задачи № 71.

Если бы земля была совершенно плоская, линия горизонта и в таком случае была бы окружностью!

Действительно: что такое горизонт? Линия, по которой небесный свод кажущимся образом встречается с землей. Но свод небесный имеет форму шаровой поверхности. По какой же другой линии может пересекаться шаровая поверхность с плоскостью, как не по окружности?

Итак, круглая форма горизонта сама по себе не доказывает еще, что земля круглая!

Решение задачи № 72.

Где? За полярным кругом.

Когда? Около 21-го декабря, когда зимнее солнце лишь на мгновение показывается верхним краем из-под горизонта в 12 часов дня, чтобы тотчас же скрыться снова под горизонт.

Действительно. Этот момент есть «утро», так как совпадает с восходом солнца; но он в то же время и вечер, так как совпадает с заходом солнца. Это безусловно полдень—12 часов дня, и, конечно, рассвет, так как, пока солнце еще не вынырнуло из-под горизонта, длится утренняя заря. Итак, это — «рано утром, вечером, в полдень, на рассвете».

Решение задачи № 73.

Мы знаем из условия задачи, что ноги Езопа равны 7 дюймам (голова) + длина половины туловища. Известно еще, что туловище = длине ног + 7 дюймов, откуда длина

ног = туловищу без 7 д. Итак, ноги Езопа = длине половины туловища + 7 дюймов, и в то же время = туловищу без 7 дюймов. Значит

$$\frac{1}{2} \text{ туловища} + 7 \text{ д.} = \text{туловищу} - 7 \text{ д.,}$$

или: туловище длиннее $\frac{1}{2}$ туловища на 14 д., откуда $\frac{1}{2}$ туловища = 14 дюйм., а все туловище = 28 дюйм. Прибавив длину головы и ног (которые вместе = туловищу, т.-е. 28 д.), получаем рост Езопа: 56 дюймов, или 2 аршина.

Решение задачи № 74.

Достаточно разогнуть только три кольца одного из обрывков и полученными кольцами соединить концы остальных четырех обрывков.

Решение задачи № 75.

Существует только один способ:

$$\frac{55}{5} + 5 = 16.$$

Решение задачи № 76.

Толщина слоя мякоти равна поперечнику косточки, — значит, поперечник вишни в 3 раза больше поперечника косточки. Отсюда объем вишни больше объема косточки в $3 \times 3 \times 3 = 27$ раз. И следовательно объем мякоти больше объема косточки в $27 - 1 = 26$ раз.

Решение задачи № 77.

Окружность большой дыни (72 см.) превышает окружность меньшей (60 см.) в $\frac{24}{20}$, т.-е. в $1\frac{1}{5}$ раза. Таково же и отношение ее поперечника к поперечнику меньшей дыни.

Ее объем больше в $1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{5} = \frac{6.6.6}{5.5.5} = \frac{216}{125}$ раз.
Если меньшая дыня стоит 25 рублей, то большая должна
стоять $25 \times \frac{216}{125} = \frac{216}{5} = 43$ р. 20 к. Между тем дыня стоит
всего 40 рублей. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

Решение задачи № 78.

Искомая затычка имеет форму, изображенную здесь
на чертеже 60-м. Вы можете заткнуть ею и квадратное
отверстие, и круглое, и кресто-
образное.

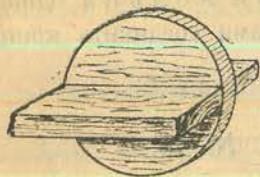


Рис. 60.

Решение задачи № 79.

Модель весом 1 килограмм
гораздо выше стакана, потому
что — как это ни неожиданно —
она имеет в высоту $1\frac{1}{2}$ метра!

В самом деле: модель меньше самой башни по объему
во столько раз, во сколько 1 килограмм меньше 8000000
килограммов, т.-е. в 8000000 раз. Значит, высота мо-
дели меньше высоты башни в такое число раз, которое,
будучи дважды умножено на себя, составит 8000000;
число это 200, потому что $200 \times 200 \times 200 = 8000000$.
Разделив высоту Эйфелевой башни, 300 метров, на 200,
получаем $1\frac{1}{2}$ метра (около двух аршин). Результат до-
вольно странный. $1\frac{1}{2}$ -метровое железное изделие весит
всего 1 килограмм! Это объясняется тем, что Эйфелева
башня — сооружение, при своих больших размерах, не-
обыкновенно легкое, как говорят — «ажурное».

Решение задачи № 80.

Загадка объясняется тем, что один конец ленты,
прежде чем приклеить его к другому, был повернут один

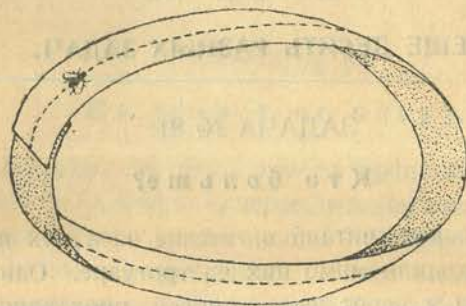


Рис. 61.

раз. Легко убедиться на опыте, что тогда получается
кольцо, ползая по которому, муха может обойти обе его
стороны, нигде не переступая через края.

ГЛАВА IX.

ЕЩЕ ДЕСЯТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ.

ЗАДАЧА № 81.

Кто больше?

Двое человек считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них на тротуаре. Один из считавших стоял у ворот дома, другой прохаживался туда и назад по тротуару.

Кто насчитал больше прохожих?

ЗАДАЧА № 82.

Возраст моего сына.

Теперь мой сын моложе меня втрое. Но пять лет назад он был моложе меня в четыре раза.

Сколько ему лет?

ЗАДАЧА № 83.

Состязание.

Две парусные лодки участвуют в состязании: требуется пройти 24 версты туда и назад в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 верст в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 верст в час, а обратно—со скоростью 24 верст в час.

Победила на состязании первая лодка,—хотя, казалось бы, вторая должна была на пути в одном направлении отстать от первой ровно на столько же, на сколько она опережала ее на обратном пути, и следовательно прийти одновременно с первой. Почему же она опоздала?

ЗАДАЧА № 84.

По реке и по озеру.

Плывя вниз по реке, гребец проплывает 5-верстное расстояние в 10 минут. Возвращаясь, он проплывает то же расстояние в час. Следовательно 10 верст он, при указанных условиях, проплывает в 1 час 10 минут.

А во сколько времени проплыл бы он 10 верст в стоячей воде озера?

ЗАДАЧА № 85.

От Энска до Иксограда.

Плывя по течению, пароход делает 20 верст в час; плывя против течения—всего 15 верст в час. Чтобы пройти от пристани гор. Энска до пристани гор. Иксограда, он употребляет на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как далеко от Энска до Иксограда?

ЗАДАЧА № 86.

Всмятку и вкрутую.

Хозяйка сварила 5 яиц: два вкрутую и три всмятку. Но она забыла отметить, какие именно яйца сварены вкрутую и какие—всмятку, и подала их к столу на одном блюде.

Вы наудачу берете с блюда два яйца. Есть ли вам расчет биться о заклад, ставя один рубль против пяти, что вам попадутся оба крутых яйца?

ЗАДАЧА № 87.

Игральная кость.

Вот игральная кость (черт. 62): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза под-ряд, то за все четыре раза кубик непременно упадет один раз единичным очком кверху.

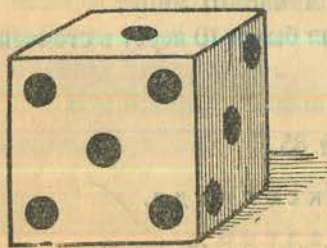


Рис. 62.

Владимир же ставит против него: он утверждает, что единичное очко либо совсем не выпадет при четырех метаниях, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше вероятия выиграть?

ЗАДАЧА № 88.

Семеро друзей.

У одного гражданина было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй—каждый второй вечер, третий—каждый третий вечер, четвертый—каждый четвертый вечер и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что все семеро друзей собирались у хозяина в один и тот же вечер?

ЗАДАЧА № 89.

Продолжение предыдущей.

В те вечера, когда семеро друзей собирались вместе, хозяин угощал их вином, и все чокались друг с другом попарно.

Сколько раз звучали при этом стаканы, сталкиваясь между собою?

ЗАДАЧА № 90.

Основание Карфагена.

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого рукой ее брата, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрежала воловью шкуру на тонкие ремешки и, благодаря такой уловке, охватила участок земли, достаточный для сооружения крепости. Так будто бы возникла крепость Карфаген, к которой впоследствии был построен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла, согласно этому преданию, занимать крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 кв. метра, а ширину ремешков, на которые Дидона ее изрезала, принять равной одному миллиметру.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 81—90.

Решение задачи № 81.

Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, хотя тот, кто стоял у ворот, считал проходивших в обе стороны, но тот, кто ходил, видел зато вдвое больше встречных людей.

Решение задачи № 82.

Если сын теперь втрое моложе отца, то отец старше его на двойной его возраст. Пять лет назад отец был также, конечно, старше сына на двойной нынешний возраст сына. С другой стороны, так как тогда отец был старше сына в 4 раза, то он был старше его на тройной его тогдашний возраст. Следовательно двойной нынешний возраст сына равен тройному прежнему возрасту его, или—что то же самое—сын теперь в $1\frac{1}{2}$ раза старше, чем был 5 лет назад. Отсюда легко сообразить, что 5 лет—это половина прежнего возраста сына; и, значит, пять лет назад сыну было 10 лет, а теперь ему 15 лет.

Итак, сыну теперь 15 лет, отцу 45. Действительно: пять лет назад отцу было 40 лет, а сыну 10, т.-е. вчетверо меньше.

Решение задачи № 83.

Вторая лодка опоздала потому, что двигалась с 24-верстной скоростью меньше время, чем с 16-верстной. Действительно, с 24-верстной скоростью она двигалась $\frac{24}{24}=1$ час, а с 16-верстной $\frac{24}{16}=1\frac{1}{2}$ часа. Поэтому она на пути туда потеряла времени больше, чем выгадала на обратном пути.

Решение задачи № 84.

По течению гребец плывет со скоростью полверсты в минуту, против течения—со скоростью $\frac{1}{12}$ версты. В первую скорость включена скорость самого течения, от второй она отнята. Следовательно, $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$, т.-е. $\frac{7}{12}$ версты, деленное пополам ($\frac{7}{24}$ в.)—это истинная скорость самого гребца.

И, значит, в стоячей воде гребец пройдет 10 верст в

$$10 : \frac{7}{24} = 34\frac{2}{7} \text{ минуты.}$$

Обычный же ответ—что в озере гребец проплывет 10 верст в то же время, как и в реке, так как потеря скорости будто бы восполняется выигрышем ее—совершенно не верен (см. предыдущую задачу).

Решение задачи № 85.

Плывя по течению, пароход делает 1 версту в 3 минуты; плывя против течения—1 версту в 4 минуты. На каждой версте пароход в первом случае выгадывает 1 минуту. А так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 часов, или 300 минут, то следовательно от Энска до Иксграда 300 верст.

Действительно:

$$\frac{300}{15} - \frac{300}{20} = 20 - 15 = 5.$$

Решение задачи № 86.

Если, для удобства обозначения, перенумеровать яйца, то у нас будут

крутое № 1 К 1

крутое № 2 К 2

всмятку № 1	с 1
всмятку № 2	с 2
всмятку № 3	с 3

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

к 1 к 2	к 2 с 1	с 1 с 2
к 1 с 1	к 2 с 2	с 1 с 3
к 1 с 2	к 2 с 3	с 2 с 3
к 1 с 3		

Мы видим, что только одна пара—именно, первая—состоит из крутых яиц, остальные 9 не дают требуемого сочетания. Значит, у вас только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц; в остальных 9-ти случаях из 10-ти вы проигрываете. И если вы ставите 1 рубль, то ваш партнер, имеющий 9 шансов выиграть, должен, для уравнивания шансов, поставить не 5, а 9 рублей.

Решение задачи № 87.

При 4-х метаниях число всех возможных положений игральной кости равно $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$. Допустим, что первое метание уже состоялось, причем выпало единичное очко. Тогда при трех следующих метаниях число всех возможных положений, благоприятных для Петра (т.е. выпадений любых очков, кроме единичного) $= 5 \times 5 \times 5 = 125$. Точно также возможно по 125 благоприятных для Петра расположений, если единичное очко выпадет только при втором, только при третьем или только при четвертом метании. Итак, существует $125 + 125 + 125 + 125 = 500$ различных возможностей для того, чтобы единичное очко при 4-х метаниях появилось один и только один раз. Неблагоприятных же воз-

можностей существует $1296 - 500 = 796$ (так как неблагоприятны все остальные случаи).

Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше (796 против 500), чем у Петра.

Решение задачи № 88.

Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли встречаться только через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел есть 420.

Следовательно друзья сходились все вместе только один раз в 420 дней (14 месяцев).

Решение задачи № 89.

Каждый из восьми присутствующих (хозяин и 7 друзей) чокается с 7 остальными; всего, значит, сочетаний по два насчитывается $8 \times 7 = 56$. Но при этом каждая пара считалась дважды (например, 3-й гость с 5-м и 5-й с 3-м считались за разные пары). Следовательно стаканы звучали $\frac{56}{2} = 28$ раз.

Решение задачи № 90.

Если площадь воловьей шкуры 4 квадр. метра или 4000000 кв. миллиметров, а ширина ремня 1 миллиметр, то общая длина вырезанного ремня (вероятно, Дидона вырезала его из шкуры спирально) — 4000000 миллиметров, то-есть 4000 метров, или 4 километра. Таким ремнем можно окружить квадратный участок площадью в 1 кв. километр (около 90 десятин).

ГЛАВА X.

ОБМАНЫ ЗРЕНИЯ

ЗАДАЧА № 91.

Две дуги.

На этом рисунке изображены две дуги, которые сопровождаются короткими штрихами. Какая дуга сильнее изогнута: верхняя или нижняя?



Рис. 63. Что кривее?



Рис. 64. Что длиннее?

ЗАДАЧА № 92.

Три полоски.

Какая из трех бумажных полосок, изображенных на чертеже 64-м, самая длинная?

ЗАДАЧА № 93.

Два корабля.

Перед вами (черт. 65) два корабля: пароход и парусник. У которого из них палуба длиннее?

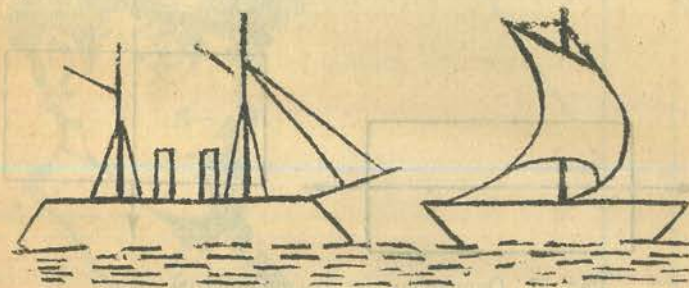


Рис. 65. Равны ли палубы?

ЗАДАЧА № 94.

Где середина?

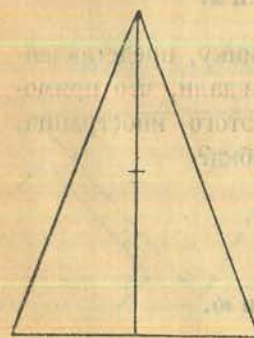


Рис. 66.
Где середина?

Школьника спросили, где середина высоты начерченного здесь треугольника. Школьник показал место, обозначенное на фигуре черточкой. По его мнению, эта точка и есть середина. Поправьте его на-глаз и затем проверьте его и себя бумажкой.

ЗАДАЧА № 95.

Два прямоугольника.

Школьник начертил два прямоугольника, пересеченные прямой линией, и утверждал, что эти прямоугольники равны. Почему он думал, что они равны?

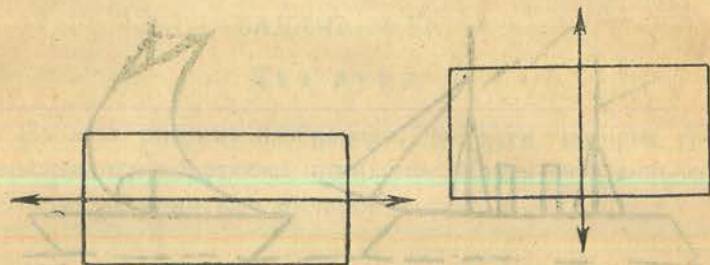


Рис. 67. Одинаковы ли эти прямоугольники.

ЗАДАЧА № 96.

Шляпа иностранца.

Я показывал своим знакомым картинку, представленную здесь на черт. 68-м, и они утверждали, что прямоугольник, описанный около шляпы этого иностранца, имеет форму квадрата. В чем их ошибка?

ЗАДАЧА № 97.

Продолжить линию.

Если продолжить прямую линию ab черт. 69-го, то куда она упрется: выше точки c или ниже?



Рис. 68. Квадрат ли?

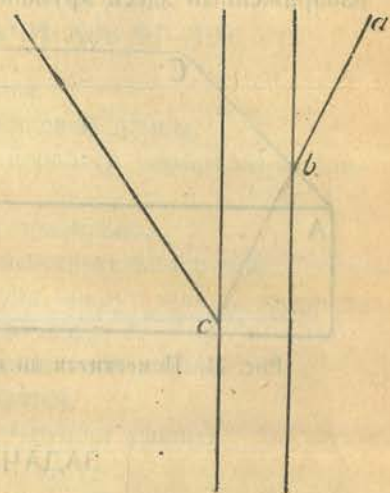


Рис. 69. Куда упрется линия?

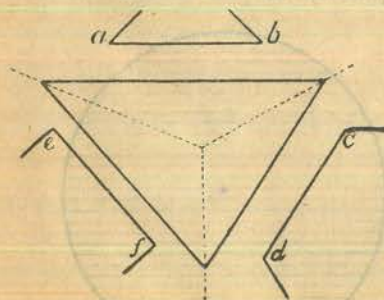


Рис. 70.

Сравните ab , ed и ef .

ЗАДАЧА № 98.

Что длиннее?

Какая из линий ab , cd или ef на черт. 70-м самая длинная?

ЗАДАЧА № 99.

Поместится ли?

Поместится ли в промежутке между AB и CD (черт. 71) изображенный здесь кружок?

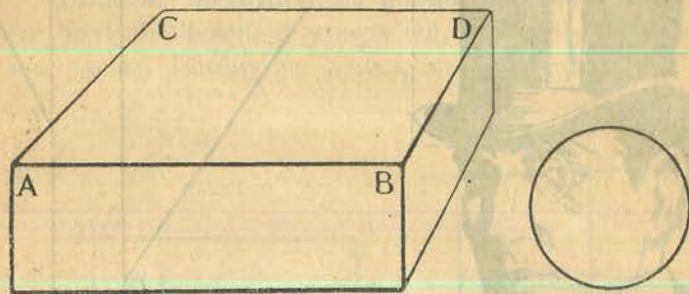


Рис. 71. Поместится ли кружок между AB и CD ?

ЗАДАЧА № 100.

Два кружка.

На черт. 72-м вы видите два заштрихованных кружка, которые кажутся одинаковых размеров. Но после того,

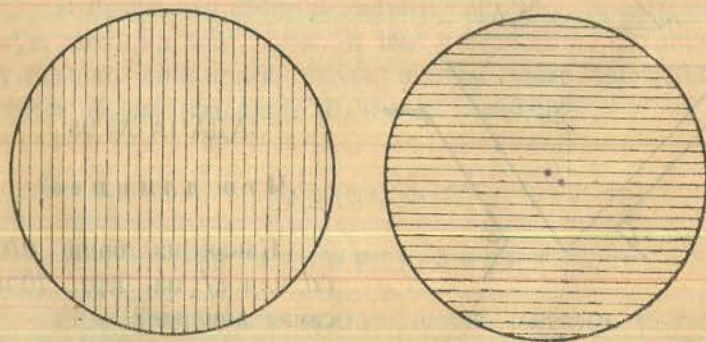


Рис. 72. Какой кружок больше?

как вы изобразили свой глазомер предыдущими упражнениями, вы, конечно, не попадете впросак. Вам нетрудно поэтому будет ответить на вопрос: какой кружок больше?

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ №№ 91—100.

- № 91. Обе дуги одинаковы.
- № 92. Все полоски одинаковой длины.
- № 93. Палубы у обоих кораблей изображены одинаковой длины.
- № 94. Середина указана правильно.
- № 95. Потому что они действительно равны.
- № 96. Ошибки нет: фигура вокруг шляпы квадрат.
- № 97. Прямая упрется в точку C .
- № 98. Все три линии одинаковой длины.
- № 99. Кружок не помещается.
- № 100 (задача-ловушка). Кружки равны.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Страницы:
Задачи Решения

Предисловие	—	—
Глава I. Залачи из «Путешествия Гулливера».		
1. Паек и обед Гулливера	6	14
2. Бочка и ведро лиллипутов	—	15
3. Животные страны лиллипутов	8	—
4. Жесткая постель	—	16
5. Триста портных	9	—
6. Лодка Гулливера	—	17
7. Исполинские яблоки и орехи	10	—
8. Кольцо великанов	—	18
9. Книги великанов	12	—
10. Воротники великанов	—	19
Глава II. Задачи со спичками.		
11. Из шести три	20	23
12. Оставить пять квадратов	—	—
13. Оставить четыре квадрата	—	—
14. Оставить три квадрата	21	—
15. Оставить два квадрата	—	—
16. Шесть четырехугольников	—	24
17. Из дюжины спичек	—	—
18. Из полутора дюжин	22	—
19. Два пятиугольника	—	25
20. Из 13 и из 12	—	—
Глава III. Вес и взвешивание.		
21. Вес бревна	26	34
22. Десятичные веса	—	35
23. Вес бутылки	—	—
24. Брусok мыла	27	—
25. Кошки и котята	—	36
26. Раковина и бусины	28	—
27. Вес фруктов	30	37
28. Сколько стаканов?	31	—
29. Гирей и молотком	33	38
30. Задача Архимеда	—	—

Страницы:
Задачи Решения

Глава IV. Задачи с квадратами.

31. Пруд	39	44
32. Паркетчик	—	—
33. Другой паркетчик	40	45
34. Третий паркетчик	—	46
35. Белошвейка	—	—
36. Еще белошвейка	41	—
37. Затруднение столяра	—	47
38. Все человечество внутри квадрата	42	48
39. Сомнительные квадраты	—	—
40. Темные пятна	43	—

Глава V. Задачи о часах.

41. Когда стрелки встречаются?	49	53
42. Когда стрелки направлены врозь?	—	54
43. В котором часу?	—	55
44. Наоборот	50	57
45. По обе стороны шести	51	58
46. Три и семь	—	59
47. Часы-компас	—	—
48. О том же	52	60
49. Цифра шесть	—	—
50. Тиканье часов	53	61

Глава VI. Неожиданные подсчеты.

51. Стакан гороху	62	68
52. Листья дерева	—	69
53. Миллион шагов	—	—
54. Квадратный метр	63	70
55. Кубический метр	—	—
56. Кубический километр	64	—
57. Волос	—	71
58. Сколько портретов?	—	—
59. Французский замок	66	73
60. Скромная награда	68	—

Глава VII. Путешествия по кристаллу и непрерывное черчение.

Задачи №№ 61—70	77	86
---------------------------	----	----

Глава VIII. Десять разных задач.

Страницы:
Задачи Решения

71. Горизонт	88	92
72. Где и когда?	—	—
73. Рост Езопа	89	—
74. Пять обрывков цепи	—	93
75. Четырьмя пятерками	—	—
76. Вишня	90	—
77. Дыни	—	—
78. Удивительная затычка	—	94
79. Модель Эйфелевой башни	91	—
80. Муха на ленте	—	95

Глава IX. Еще десять задач.

81. Кто больше?	96	100
82. Возраст моего сына	—	—
83. Состязание	—	—
84. По реке и по озеру	97	101
85. От Энска до Иксограда	—	—
86. Вмятку и вкрутую	—	—
87. Игральная кость	98	102
88. Семеро друзей	—	103
89. Продолжение предыдущей	99	—
90. Основание Карфагена	—	—

Глава X. Обманы зрения.

91. Две дуги	104	1
92. Три полосы	—	—
93. Два корабля	105	—
94. Где середина?	—	—
95. Два прямоугольника	106	—
96. Шляпа иностранца	—	—
97. Продолжить линию	—	—
98. Что длиннее?	107	—
99. Поместится ли?	108	—
100. Два кружка	—	—