

Библиотека для детей и юношества • № 12

Я. Перельман

Веселые • • Задачи



„Печатки Знаний“
Петроград • 1919

Я. И. Перельман

ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

101 головоломка для юных математиков
с 112 рисунками

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ



ПЕТРОГРАД
7-ая Рождественская, 21
1919 г.

Предисловие.

Цель этой книжки — дать интересный материал для приятной умственной гимнастики, для изощрения сообразительности и находчивости. Предназначенная наполнить досуг юных математиков книжка содержит, однако, не исключительно математические головоломки: на ряду с задачами арифметическими и геометрическими в сборнике разсеяны также головоломки из области физики, космографии, логики. Есть и задачи, не примыкающие к какому-либо учебному предмету, но все же полезные, как упражнения, подготовляющие ум к более серьезной работе. Так задачи на перемещения и расстановки приучают к систематическим поискам решения; зрительные обманы изощряют наблюдательность; развлечения с разрезыванием фигур и составлением Танграмных силуэтов развивают геометрическое воображение.

На русском языке имеется уже несколько сборников сходного типа. Появление еще одного было бы излишне, если бы составитель не собрал в нем преимущественно новые или мало известные задачи, еще не вошедшие в другие сборники, русские и иностранные. Часть их придумана составителем; сюжеты остальных заимствованы из новых иностранных журналов (главным образом, английских). Задачи предполагают у чи-

тателя лишь самые элементарные познания и имеют в виду ту молодежь, которой еще предстоит изучение математики.

В иллюстрировании текста существенную помощь составителю оказал художник И. И. Панов, весьма тщательно и изящно выполнивший большую часть рисунков; обложка книги—также его работы.

Второе издание перепечатано с первого без существенных изменений.

Я. П.

1918 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

I. Головоломные перемещения и занимательные разстановки.

	СТРАНИЦЫ ЗА- РЕ- ДАЧИ ПЕРВЫЯ	
1. В траншее	1	8
2. Чайный сервиз	2	—
3. Автомобильный гараж	3	—
4. Три дороги	3	9
5. Мухи на занавеске	4	10
6. Дачники и коровы	5	—
7. Десять теремов	—	—
8. Деревья в саду	6	11
9. Белая мышь	7	—
10. Из 12 спичек	—	—

II. Десять легких задач.

11. Божьи	13	16
12. До половины	—	17
13. Невозможное равенство	14	—
14. Число волос	—	—
15. Цена переплета	—	18
16. Цена книги	—	—
17. Головы и ноги	15	—
18. На счетах	—	19
19. Редкая монета	—	—
20. Старжа	16	—

III. Десять задач потруднее.

	СТРАНИЦЫ ЗА- РЕ- ДАЧИ ПИИИИ	
21. Сколько прямоугольников?	20	23
22. Реомюр и Цельсий	—	—
23. Столяр и плотники	21	24
24. Девять цифр	—	—
25. Книжный червь	—	25
26. Ошибка наборщика	22	—
27. Стрельба на пароходе	—	—
28. Под водою	23	26
29. Как это сделано?	—	—
30. Скорость поезда	—	27

IV. Обманы зрения.

31. Загадочный рисунок	28	32
32. Три монеты	—	—
33. Четыре фигуры	29	33
34. Кто длиннее?	—	34
35. Окружность копейки	30	—
36. Кривые ноги	—	—
37. Неожиданность	—	35
38. Воздушный шар	31	—
39. Какие линии?	—	—
40. Дорожки сада	—	—

V. Десять затруднительных положений.

41. Жестокий закон	36	46
42. Мило тивый закон	37	—
43. Учитель и ученик	38	—
44. Разорительный обед	39	47
45. Тайнственное послание	41	—
46. Слишком много предков	42	49
47. В ожидании конки	43	50
48. Куда девался седок?	44	—
49. Без гирь	45	—
50. На неверных весах	—	51

VI. Искусное разрезывание и сшивание.

	СТРАНИЦЫ ЗА- РЕ- ДАЧИ ПИИИИ	
51. Флаг морских разбойников	52	58
52. Красный крест	53	59
53. Из лоскутков	—	—
54. Два креста из одного	54	60
55. Британский лев	—	—
56. Деление запятой	55	—
57. Развернутый куб	—	61
58. Составить квадрат	56	62
59. Четыре колодца	57	—
60. Куда девался квадратик?	—	63

VII. Десять замысловатых задач.

61. Дешевая поездка	64	70
62. Баба и паровоз	65	—
63. Путешествие шмеля	66	72
64. Ямщик	67	73
65. Две цепи	—	74
66. Мешки с мукой	—	75
67. Три дочери и два сына	68	76
68. Две свечи	—	77
69. Девятьсот поклонов	69	78
70. Наследство раджи	—	—

VIII. Десять задач о земле и небе.

71. Всюду юг!	80	87
72. По телефону	81	—
73. Где начинаются дни недели?	—	88
74. Наперегонки с Землею	83	90
75. Закат Солнца	84	91
76. Турецкий флаг	—	—
77. Задача не-шутка	—	92
78. Закат луны	85	93
79. Броненосец	—	94
Пароход и пловец на Луне	87	—

IX. Фокусы и игры.

81. Отгадчик	95	101
82. Арифметический фокус	—	—

	СТРАНИЦЫ	
	ЗА-	КА-
	ДАЧА	НАЧАЛО
83. Карточный фокус	97	102
84. Что получится?	98	—
85. Еще неожиданное	99	103
86. Игра в 32	—	104
87. То же, но наоборот	—	—
88. Игра в 27	100	105
89. На иной лад	—	106
90. Четыре спички	—	—

Х. Геометрические силуэты.

91. „Игра на бильярде“	108	113
92. „Оркестр“	109	—
93. Восемь силуэтов	—	114
94. Еще шесть силуэтов	110	—
95. Где ошибка?	—	—
96. Откуда взялась нога?	111	115
97. Двадцать четыре силуэта	—	116
98. Самая крупная фигура	112	—
99. Размер танграмов	113	117
100. На две части	—	—

Задача 101-я.

Дар пиператора. Древне-римское сказание	118	120
---	-----	-----

Глава первая.

Головоломные перемещения и занимательные расстановки.

Задача № 1.

В траншее.

В траншее залегло 9 солдат. На нашем рисунке они обозначены номерами. № 1 — это унтер-офицер. Ему необходимо перебраться на свободное место в левой сто-

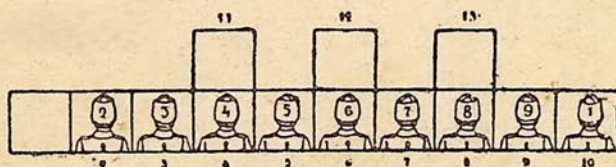


Рис. 1.

роне, — но траншея слишком тесна для этого. Вылезть из траншеи наверх нельзя — неприятель подстрелит. Но, к счастью, в трех местах траншеи имеются углубления, достаточно просторные для того, чтобы в них мог поместиться один человек.

Можете ли вы указать, как должны передвигаться солдаты, чтобы пропустить унтер-офицера на левый фланг, а самим после этого остаться в прежнем порядке на прежних местах?

Задача № 2.

Чайный сервиз.

Мне пришлось как-то целый вечер ожидать поезда на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попала мне в английский журнал. Задача состояла вот в чем.

Стол расграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я

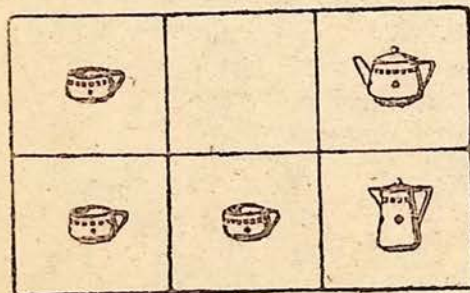


Рис. 2.

воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам 3 чашки, чайник и молочник, как показано на рисунке.

Сущность задачи в том, чтобы взаимно поменять места чайника и молочника, передвигая предметы из

одного квадрата в другой по определенным правилам, — а именно:

- 1) перемещать предмет только в тот квадрат, который окажется свободным;
- 2) не передвигать предметов по диагонали квадрата;
- 3) не переносить один предмет поверх другого;
- 4) не помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Задача эта имеет много решений, но интересно найти самое короткое, — т. е. обменять местами чайник и молочник в наименьшее число ходов.

В поисках этого кратчайшего решения я не заметил,

как прошел вечер; пришлось покинуть станцию, не найдя в тот вечер кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое „наименьшее“ число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

Задача № 3.

Автомобильный гараж.

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что владелец гаража постоянно наталкивается на затруднения. Вот одно из них. Предположите, что восемь автомобилей стоят в указанных здесь положениях. Как могут автомобили 1, 2, 3 и 4 поменяться местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8? И при каком способе обмена они сделают наименьшее число переездов?

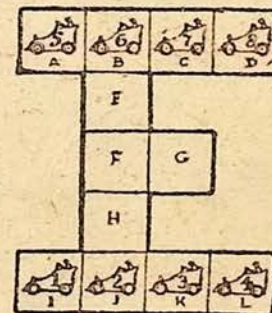


Рис. 3.

Надо заметить, что два автомобиля одновременно двигаться не могут, и что в каждом квадрате может в каждый данный момент находиться только один автомобиль.

Задача № 4.

Три дороги.

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили в наследство три участка земли, расположенные рядом, недалеко от их домов. На чертеже вы видите расположение домов Петра, Павла и Якова и принадлежащих им земельных участков. Вы замечаете, что участки расположены не совсем удобно для хозяев, — но братья не могли сговориться по поводу обмена.

Каждый устроил огород на своем участке, и так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между

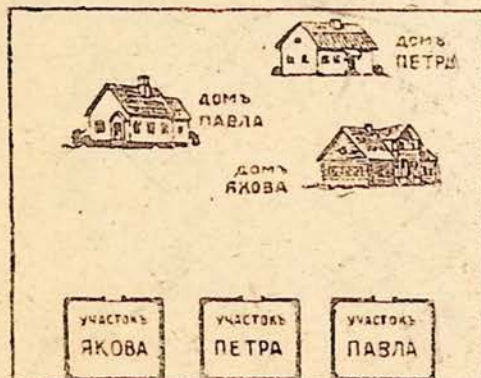


Рис. 4.

на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

Задача № 5.

Мухи на занавеске.

На оконной занавеске, разрисованной квадратиками, уселось 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказывались в одном и том же горизонтальном, вертикальном или косом ряду (см. рисунок 5).

Спустя несколько минут три мухи переменили свое место и переползли в соседние незанятые клетки; остальные 6 остались на местах. И курьезно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном горизонтальном, вертикальном или косом ряду.

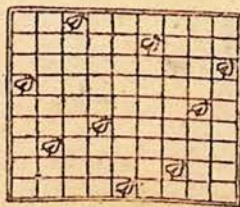


Рис. 5.

братьями вскоре начались пререканья, нерешедшие в ссоры. Желая избегать всяких столкновений, братья решили избрать такой путь к своим участкам, чтобы не пересекать друг-другу дорогу. После долгих поисков они нашли такие три пути, и теперь ежедневно ходят

Можете ли вы сказать, какие три мухи пересели и какие квадратики они избрали?

Задача № 6.

Дачники и коровы.

Вокруг озера выстроены четыре дачи, а поближе к берегу — четыре коровника. Владельцы дач желают соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но чтобы в то же время оно было доступно для дачников, желающих купаться.

Исполнимо ли это желание? Если исполнимо, то как надо построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся по возможности дешевле?

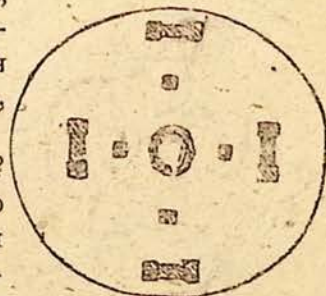


Рис. 6.

Задача № 7.

Десять теремовъ.

Царь Горох — дело происходило при нем — пожелал построить 10 теремов, соединенных между собою крепкими стенами; стены должны тянуться пятью прямыми линиями с 4-ми теремами на каждой линии.

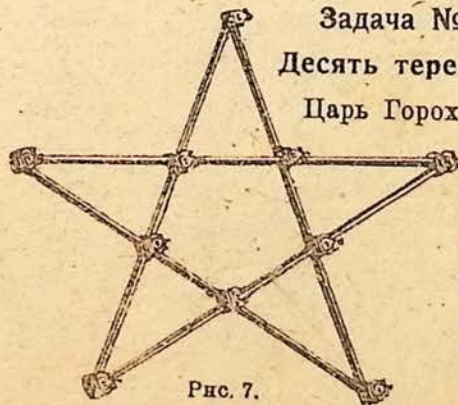


Рис. 7.

Придворный зодчий представил царю план, который вы видите здесь на рисунке 7-м.

Но царь остался недоволен этим планом: ведь при таком расположении можно подойти к любому те-

рему, а царю хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два терема были защищены стенами от нападения извне. Зодчий возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 теремов должны быть расположены по 4 на каждом из 5-ти заборов. Но царь настаивал на своем.

Долго ломал зодчий голову над этой задачей и, наконец, разрешил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 теремов и 5 соединяющих их прямых заборов, чтобы выполнить желание царя?

Задача № 8.

Деревья в саду.

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на чертеже 8-м, как они были расположены. Владелец сада нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

— Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 дерева в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе их на дрова за работу.

Когда рубка кончилась, владелец сада вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

— Почему же ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, — упрекал работника хозяин.

— Нет, барин, вы приказали оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал: посмотрите.

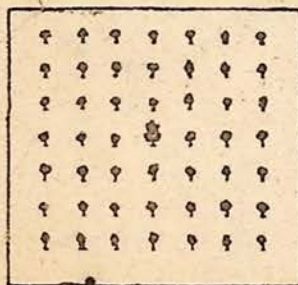


Рис. 8.

И в самом деле: владелец сада с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, — и все-таки, вместо 29 деревьев, работник вырубил 39.

Как же ухитрился он это сделать?

Задача № 9.

Белая мышь.

Все 13 мышей, окружающие эту кошку, обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке, — а именно, каждый раз она отсчитывает 13-ю мышь по кругу, в том направлении, в каком эти мыши глядят, — и съедает ее. С какой мыши она должна начать, чтобы белая мышь оказалась съеденной последней?



Рис. 9.

Задача № 10.

Из 18 спичек.

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рисунок 10).

Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, чтобы один был в три раза больше другого по площади!

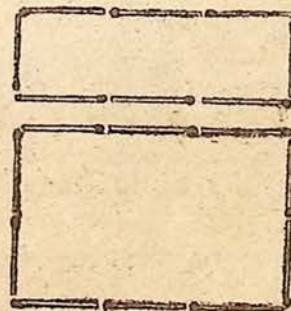


Рис. 10.

Решения задачи №№ 1—10.

Решение задачи № 1. — В траншее.

Солдаты должны передвигаться так (первая цифра обозначает № солдата, вторая — № помещения):

2—1 7—5 8—9 1—11 2—2 7—7
3—2 8—6 1—12 4—12 3—3 8—8
4—3 9—7 7—13 3—6 4—4 9—9
5—11 1—13 6—8 2—5 5—5
6—4 9—10 5—7 1—1 6—6

Вы видите, что унтер-офицер перейдет на левый фланг лишь после 28-го перемещения.

Решение задачи № 2. — Чайный сервиз.

Для удобства заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде:

Надо обменять места 2 и 5. Вот порядок, в каком следует двигать предметы на свободный квадрат:

1		2
3	4	5

2, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 5, 2.

Задача решается в 17 ходов — более короткого решения нет.

Решение задачи № 3. — Автомобильный гараж.

В этой таблице показаны в последовательном порядке все переезды, необходимые для того, чтобы вывести владельца гаража из затруднения. Цифры обозначают №№-ра автомобилей, а буквы — соответствующие

помещения. Всех переездов понадобится 48. Вот они:

6—G 4—A 1—G 3—G
2—B 7—F 2—J 6—I
1—E 8—E 7—H 2—J
3—H 4—D 1—A 5—H
4—I 8—C 7—G 2—C
3—L 7—A 2—B 5—G
6—K 8—G 6—E 2—B
4—G 5—C 3—H 6—E
1—I 2—B 8—L 5—I
2—J 1—E 3—I 6—J
5—H 8—I 7—K

„6—G“ означает: автомобиль № 6 становится в отделение G, и т. п.

Решение задачи № 4. — Три дороги.

Три не пересекающиеся пути показаны на этом чертеже:



Рис. 11.

Петру и Павлу приходится идти довольно извилистыми путями, — но зато братья избегают всяких столкновений между собой.

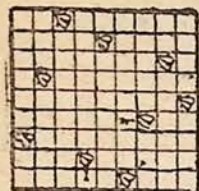


Рис. 12.

Решение задачи № 5. Мухи на занавеске.

Стрелки на рисунке показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток они пересели:

Решение задачи № 6. — Дачники и коровы.

Забор можно построить двойко. Вот чертежи, показывающие направление ограды:

Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

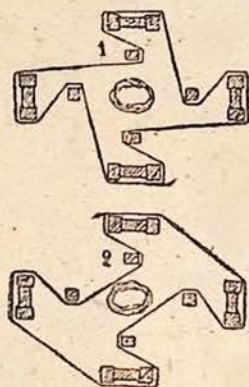


Рис. 13.

Решение задачи № 7. Десять теремов.

Вот единственное расположение, при котором два терема безопасны от нападения извне:

Вы видите, что 10 теремов расположены здесь, как требовал царь Горох, по 4 на каждой из пяти прямых стен.

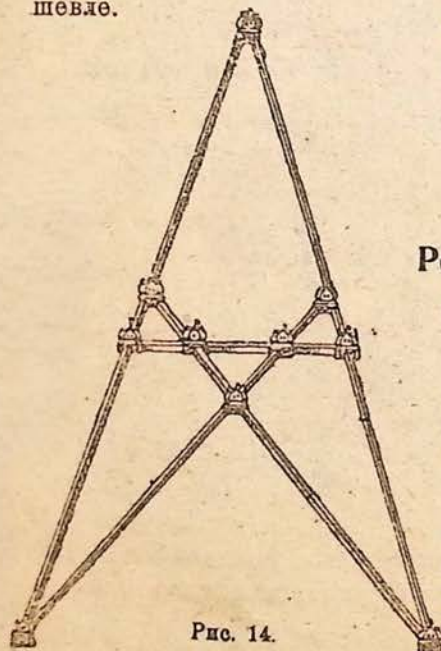


Рис. 14.

Решение задачи № 8. — Деревья в саду.

Деревья, оставшиеся несрубленными, были расположены так:

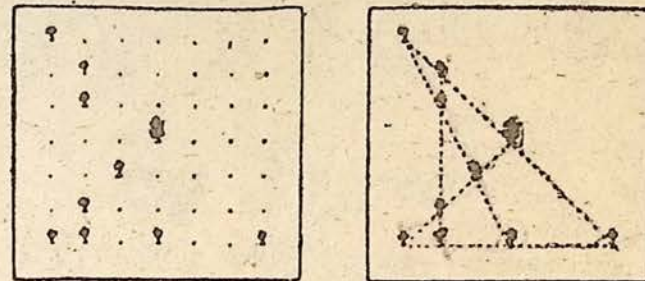


Рис. 15.

Как видите, они образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

Решение задачи № 9. — Белая мышь.

Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится на нашем рисунке у кончика ее хвоста.

Попробуйте, начав с этой мыши счет по кругу, зачеркивать каждую 13-ю мышь, — вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

Решение задачи № 10. — Из 18 спичек.

На чертеже показано, как надо сложить из 18 спичек два четырехугольника, чтобы один был *втрое* больше другого по площади. Вторым четырехугольником является параллелограмм с высотой, равной $1\frac{1}{2}$ спичкам.

Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на его высоту. В основании нашего парал-

делограмма лежат 4 спички, высота же равна $1\frac{1}{2}$ спичкам; следовательно, площадь равна $4 \times 1\frac{1}{2}$, т.-е. 6 та-

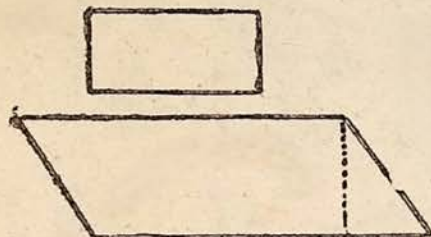


Рис. 16.

ким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике 2. Итак, нижний четырехугольник имеет площадь *втрое* большую, нежели верхний.

Глава вторая. Десять легких задач.

Задача № 11.

Бочки.

В магазин доставили 6 бочек керосину. На этом рисунке обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой три, причем первый купил вдвое менее керосина, чем второй. Не пришлось даже раскупоривать бочек.



К вечеру в магазине из 6 бочек осталась всего одна. Какая?

Рис. 17.

Задача № 12.

До половины.

В бочке налита вода, — повидимому, до половины. Но вы хотите узнать *точно*, наполовину ли она налита, или больше половины, или же меньше половины. У вас нет ни палки, и вообще никакого инструмента для измерения бочки. Втулки бочка не имеет. Каким образом могли бы вы убедиться, налита ли вода ровно до половины?

Задача № 13.

Невозможное равенство.

Кстати о полупустой бочке. Полупустая бочка — это ведь то же, что и полуполная. Но если половины равны, то должны быть равны и целые. Полупустая бочка равна полуполной, — значит, пустая бочка должна равняться полной. Выходит, что пустой = полному!

Почему получился такой нелепый вывод?

Задача № 14.

Число волосъ.

Как вы думаете: существует ли на свете два человека с одинаковым числом волос?

Вы ответите, пожалуй, что два совершенно лысых человека имеют поровну волос, потому что и у того и у другого поль волос.

Это, если хотите, правильно.

Но я спрашиваю не о безволосых людях, а о таких, у которых имеются на голове густые волосы. Найдется ли в мире два человека, у которых число волос на голове было бы в точности одинаково?

А может быть, двое таких людей отыщется в Петрограде или в Москве?

Задача № 15.

Цена переплета.

Книга в переплете стоит 2 р. 50 коп. Книга на 2 рубля дороже переплета. Сколько стоит переплет?

Задача № 16.

Цена книги.

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книгопродавца со скидкой в 20 процентов. С 1-го января цены всех книг повышены на 20 процентов.

Будет ли Иванов теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1-го января?

Задача № 17.

Головы и ноги.

На лугу паслись лошади под надзором кучеров. Если бы вы пожелали сосчитать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов — лошадиных и человеческих — 26.

Сколько было лошадей и сколько кучеров?

Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-кучеров на лугу не было.

Задача № 18.

На счетах.

Вы, без сомнения, умеете считать на торговых счетах и понимаете, что отложить на счетах 25 рублей — задача очень легкая.

Но та же задача станет замысловатее, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не 7 косточек, как обыкновенно, а 25 косточек.

Попробуйте, в самом деле, выразить на торговых счетах сумму в 25 рублей, отложив ровно 25 косточек.

Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

Задача № 19.

Редкая монета.

Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью по-латыни:

53-й годъ до Р. X.

— Монета, конечно, поддельная, — ответил собиратель.

Как он мог знать это, не видя ни самой монеты, ни даже ее изображения?

Задача № 20.

Спаржа.

Дама обыкновенно покупает у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 20 сантиметров в окружности.



Рис. 18.

Покупая, она мерит их, чтобы убедиться, что ее не обманывают. Но однажды у торговца не оказалось 20-сантиметрового пучка, и он предложил даме за те же деньги два тонких пучка, каждый по 10 сантиметров в обхвате.

Дама обмерила два пучка и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 10 сантиметрам, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок.

Прогодала ли она, или выгадала на этой покупке?

Решения задач №№ 11—20.

Решение задачи № 11. — Бочки.

Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочку. Второй — 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную. В самом деле:

$$15 + 18 = 33$$

$$16 + 19 + 31 = 66$$

т.е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосину, чем первый.

Осталась непроданной 20-ведерная бочка.

Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

Решение задачи № 12. — До половины.

Самый простой способ — наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края. Если при этом немного обнаружится дно бочки, — значит, вода стояла ниже половины. Если дно очутится ниже уровня воды, — значит вода была налита больше, чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, — значит, вода налита ровно до половины.

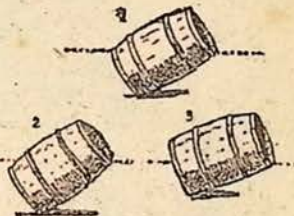


Рис. 19.

Решение задачи № 13. — Невозможное равенство.

Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половина которой пуста, другая — полна. Мы же рассуждали так, как будто слово „полупустая“ значит: „половина пустой бочки“, а „полуполная“ — половина полной. Неудивительно, что при таком неправильном понимании мы пришли к неправильному выводу.

Решение задачи № 14. — Число волос.

Прежде чем решить задачу, задайте себе вопрос:

Чего больше — людей на свете, или волос на голове одного человека?

Разумеется, людей на свете неизмеримо больше, чем волос на голове. У нас волос на голове всего 150—200 тысяч, людей же на свете 1.700 миллионов.

А если так, то необходимо должны существовать люди с одинаковым числом волос! И не только во всем мире, но даже в каждом многолюдном городе, насчитывающем

больше 200 тысяч жителей. В Москве свыше $1\frac{1}{2}$ миллионов жителей, и значит, десятки москвичей должны иметь число волос одинаковое. Ведь не может же быть 1.500.000 различных целых чисел, из которых ни одно не больше 200.000.

Решение задачи № 15. — Цена переплета.

Обыкновенно, не подумав, отвечают:

— Переплет стоит 50 копеек.

Но тогда ведь книга стоила бы 2 рубля, т. е. всего на 1 р. 50 коп. дороже переплета!

Верный ответ: цена переплета — 25 коп., цена книги 2 р. 25 коп.

Решение задачи № 16. — Цена книги.

Иванов, — как ни странно, — будет и теперь платить все же немного *меньше*, чем остальные покупатели платили до 1 января. Он будет получать 20% скидки с цены, увеличенной на 20%; другими словами, он будет получать скидку 20% с 120%, т. е. платит не 100%, а всего лишь 96% прежней цены книги. Трехрублевую книгу он приобретет не за 3 рубля, а за 2 р. 88 коп.

Решение задачи № 17. — Головы и ноги.

Если бы все 26 голов на лугу были человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е. на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадью число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену 15 раз — тогда на лугу как раз будут недостающие 30 ног.

Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальные 11 — людям.

Решение задачи № 18. — На счетах.

Двадцать пять рублей можно отложить на счетах 25-ю косточками следующим образом:

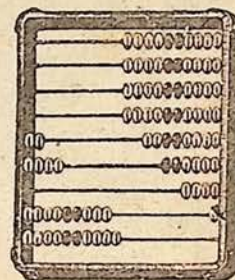


Рис. 20

В самом деле: здесь отложено —

$$20 \text{ руб.} + 4 \text{ руб.} + 90 \text{ коп.} + 10 \text{ коп.} = 25 \text{ руб.}$$

Число же косточек —

$$2 + 4 + 9 + 10 = 25.$$

Решение задачи № 19. — Редкая монета.

Чеканя монету до Р. Х., римляне разве могли знать, что через 53 года родится Спаситель?

Решение задачи № 20. — Спаржа.

Дама прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а *вчетверо* более спаржи, нежели тонкий пучок.



Рис. 21.

Дама должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

Глава третья.

Десять задач потруднее.

Задача № 21.

Сколько прямоугольников?

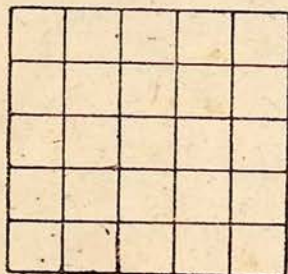


Рис. 22.

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе *квадратов*, а числе *прямоугольников* вообще — больших и малых, — какие можно насчитать в этой фигуре.

Задача № 22.

Реомюр и Цельсий.

Вы знаете, конечно, разницу между термометрами



Рис. 23.

Реомюра и Цельсия. Скажите же: всегда ли градус Реомюра больше, чем градус Цельсия?

Задача № 23.

Столяр и плотники.

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Через неделю каждый плотник заработал по 20 рублей; столяр же — на 3 рубля больше, чем заработал, в среднем, каждый из семерых.

Сколько же заработал столяр?

Задача № 24.

Девять цифр.

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Вы можете, не меняя их порядка, вставить между цифрами знаки *плюс* и *минус* таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100.

Нетрудно, например, вставив $+$ и $-$ шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

Если хотите вставить $+$ или $-$ всего только 4 раза, вы тоже можете получить 100.

Вот пример:

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками $+$ и $-$ всего только *три* раза!

Это будет гораздо труднее. И все же это вполне возможно, надо только терпеливо искать.

Задача № 25.

Книжный червь.

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8-ми томах, том к тому.

Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом

книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего тома.

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором — 640, а в третьем — 670?

Задача № 26.

Ошибка наборщика.

В рукописи одного математика было выражение:

$$5^4 2^3.$$

Это означает: 5 в четвертой степени (т. е. $5 \times 5 \times 5 \times 5$), умноженное на 2 в третьей степени (т. е. на $2 \times 2 \times 2$).

Когда рукопись была сдана в печать, наборщик, не поняв этого выражения, набрал его так:

$$5423.$$

Но $5^4 2^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 5000$, а не 5423. Ошибка получилась очень грубая.

Однако, можно привести совершенно подобный же пример из четырех цифр, когда такая ошибка наборщика не отражается на результате.

Не удастся ли вам отыскать этот пример?

Задача № 27.

Стрельба на пароходе.



Рис. 24.

Хороший стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень. Пароход движется так, как изображено на приложенном здесь чертеже.

Стрелок прицелился совершенно точно.

Попадет ли он в цель?

Если нет, то по какой причине?

Задача № 28.

Под водой.

На обыкновенных весах лежат: на одной чаше — булыжник, весящий ровно 5 фунтов, на другой — железная 5-фунтовая гиря. Я осторожно опустил эти веса под воду. Остались ли чашки в равновесии?

Задача № 29.

Как это сделано.

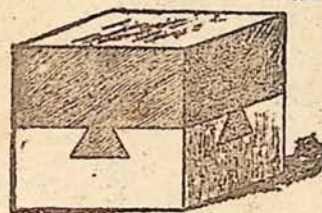


Рис. 25.

Вы видите здесь деревянный куб, сделанный из двух кусков дерева: верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Но обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните:

как ухитрился столяр склепать оба куска?

Задача № 30.

Скорость поезда.

Вы сидите в вагоне железной дороги и желаете узнать, с какою скоростью он мчится. Можете ли вы это определить по стуку колес?

Решения задач №№ 21—30.

Решение задачи № 21.—Сколько прямоугольников?

Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

Решение задачи № 22. — Реомюр и Цельсий.

Если речь идет о градусах температуры, то, конечно, градус Реомюра всегда больше градуса Цельсия,

именно на $\frac{1}{5}$ долю; поэтому, если в вашей комнате 16 градусов Реомюра, то по Цельсию — 20.

Но это вовсе не значит, что на той дощечке термометра, на которой нанесены деления (на „шкале“), длина градусов всегда должна быть больше у термометра Реомюра, нежели у Цельсия. Длина деления зависит от того, сколько ртути в шарике термометра, и от толщины трубки. Чем больше ртути в шарике и чем тоньше канал трубки, тем выше поднимается ртуть в трубке при нагревании, и тем больше промежутков между двумя делениями шкалы. В этом смысле „градус“ может иметь самую различную длину, и вполне понятно, что такой градус Реомюра бывает нередко меньше груса Цельсия.

Решение задачи № 23.—Столяр и плотники.

Легко узнать, каков был *средний* заработок семерых рабочих: для этого нужно избыточные 3 рубля разделить поровну между 6 плотниками. К 20 рублям каждого надо, следовательно, прибавить 50 коп., — это и есть средний заработок каждого из семерых.

Отсюда узнаем, что столяр заработал 20 р. 50 к. + 3 р., т. е. 23 р. 50 к.

Решение задачи № 24. — Девять цифр.

Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и четырех знаков + и —:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

В самом деле:

+ 123	+ 45	— 212
+ 89	+ 67	— 112
212	112	100

Других решений задача не имеет.

Впрочем, если у вас есть терпение, попытайтесь попробовать другие сочетания.

Решение задачи № 25. — Книжный червь.

Казалось бы, надо просто сложить числа страниц трех томов — и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы.

Вы видите, что 1-я страница I тома примыкает к 640-й странице II тома, а последняя страница III тома находится рядом с первой страницей II тома.

И если червь проделал ход от 1-й страницы I тома до последней страницы III тома, то он прогрыз всего только 640 страниц среднего тома, да еще 4 крышки переплета, — не более.

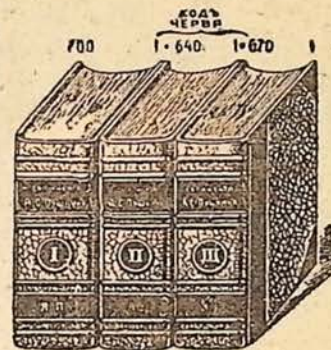


Рис. 26.

Решение задачи № 26.—Ошибка наборщика.

Вот интересный и единственный пример:

$$2^5 9^2 = 2592.$$

В самом деле:

$$\begin{aligned} 2^5 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \\ 9^2 &= 9 \times 9 = 81 \\ 32 \times 81 &= 2592 \end{aligned}$$

Решение задачи № 27.—Стрельба на пароходе.

Конечно, меткий стрелок попадет в цель, — если только пароход движется равномерно по прямой линии. Такое движение парохода ничем не может повлиять на полет пули.

Другое дело, если бы в самый момент выстрела паролход внезапно остановился, или замедлил ход, или ускорил его, или изменил курс: тогда пуля могла бы и не попасть в цель.

Решение задачи № 28. — Под водой.

Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом в 5 фунтов занимает больший объем, чем 5-фунтовая железная гиря, потому что гранит легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и, по закону Архимеда, потеряет в воде больше веса, чем гиря: весы под водой наклонятся в сторону гири.

Решение задачи № 29. — Как это сделано?

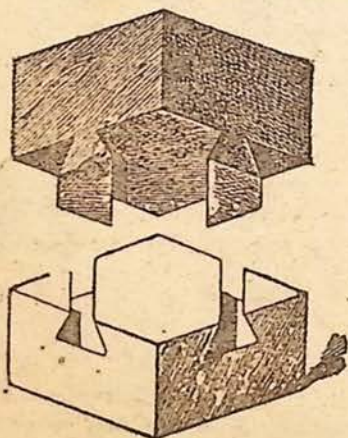


Рис. 27.

Ларчик открывается очень просто, как видно из чертежа:

Все дело только в том, что выступы и углубления идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании готовой вещи, а параллельно, в косом направлении. Такие выступы очень легко сбоку вдвинуть в соответствующие выемки.

Решение задачи № 30. — Скорость поезда.

Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне все время ощущаются мерные толчки; никакие рессоры не могут сделать их неощутительными. Толчки эти происходят оттого, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов, и этот толчок передается всему вагону. Значит, стоит лишь вам сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, чтобы узнать, сколько рельсов пробежал поезд. Теперь остается лишь умножить это число на длину рельса, — и вы получите расстояние, пройденное поездом в одну минуту.

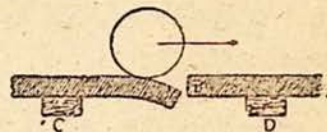


Рис. 28. Когда железнодорожное колесо проходит через место соединения рельсов, конец А отгибается вниз, между тем как конец В еще остается прямым. Отсюда толчок, который ощущают едущие в вагоне.

Обычная длина рельса — 28 футов, или 4 сажени¹⁾. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на 4, затем на 60 и делите на 500 — получится число верст, пробегаемое поездом в час:

$$\frac{(\text{число толчков}) \times 4 \times 60}{500} = \text{число верст в час.}$$

Так как $\frac{4 \times 60}{500} = \frac{240}{500}$ = около половины, то достаточно просто разделить на 2 число толчков в минуту, чтобы приблизительно узнать, сколько верст пробегает поезд в час.

¹⁾ На некоторых дорогах рельсы 20-футовые. Выйдя из вагона на станции, вы можете, измеряя рельсы шагами, узнать их длину: если рельс длиннее 9—10 шагов, значит — это рельс 28-футовый.

Глава четвертая. Обманы зрения.

Задача № 31.

Загадочный рисунок.



Рис. 29.



Пока вы смотрите на эти две физиономии, держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычайного. Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь: физиономии словно оживут — начнут двигать зрачками вправо и влево, поворачивая также при этом рот и нос. Отчего это происходит?

Задача № 32.

Три монеты.

Положите рядом три монеты — одинаковые или разные. (Если нет монет, возьмите просто три картонных кружка или пуговицы.) То, что я сейчас предложу вам сделать с ними, кажется с первого взгляда очень простым. Тем неожиданнее будет для вас то, что вы узнаете потом.



Рис. 30.

Вот эта задача: выдвиньте среднюю монету вниз настолько, чтобы между нею и каждой из остальных двух был промежуток, равный расстоянию между А и В (рис. 31).

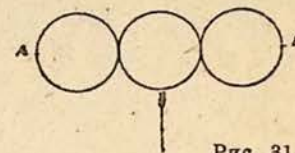


Рис. 31.

Вы должны полагаться при этом только на свой глазомер и не прибегать к помощи циркуля или бумажки. Если вы ошибетесь всего на 1 сантиметр, то задача будет считаться решенной вполне верно.

Задача № 33.

Четыре фигуры.

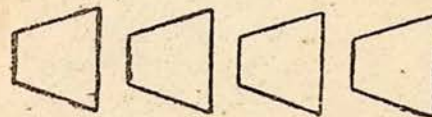


Рис. 32.

Какая из этих четырех фигур самая большая и какая самая маленькая?

Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

Задача № 34.

Кто длиннее?

Вы видите здесь три черных фигуры. Ответьте на вопрос; если смерить их бумажкой или циркулем, какая фигура окажется длиннее?

Конечно, задача очень легка, когда проделываешь это на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает интересный сюрприз.

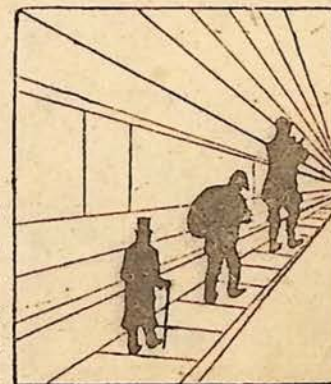


Рис. 33.

Задача № 35.

Окружность копейки.

Представляете ли вы себе ясно, какой длины окружность копейки? Да? Нарисуйте же, пожалуйста, прямую линию, длина которой равна, по-вашему, окружности копеечной монеты.

Быть может, у вас и не найдется копеечной монеты. Тогда можете проделать тот же опыт с пуговицей.

Нарисовав, проверьте — хотя бы при помощи нитки, — насколько вы ошиблись. Это — хорошее испытание вашего глазомера.

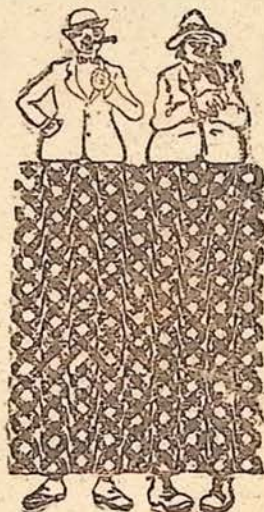


Рис. 34.

Задача № 36.

Кривые ноги.

Почему у этих двух человек кривые ноги?

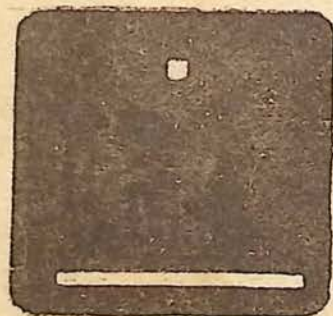


Рис. 35

Задача № 37.

Неожиданность.

Закрыв один глаз, всматривайтесь другим в белый квадратик, нарисованный в верхней части прилагаемого рисунка. Спустя десять или пятнадцать секунд вы заметите нечто совершенно неожиданное.

Задача № 38.

Воздушный шар.

Фабричная труба на рис. 36 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но художник, повидимому, ошибся — канат вправо от трубы разве составляет на рисунке продолжение левой части каната? Исправьте рисунок.

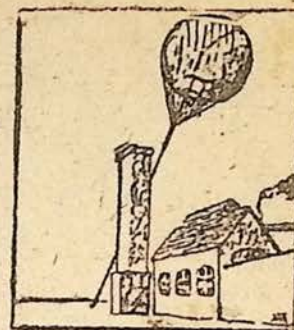


Рис. 36.

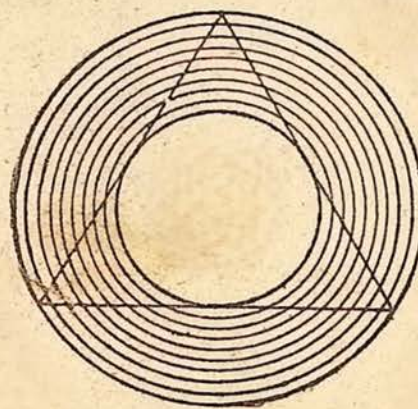


Рис. 37.

Задача № 39.

Какие линии?

В какую сторону изогнуты линии этого треугольника?

Задача № 40.

Дорожки сада.

Что длиннее: расстояние между точками *A* и *C* или между *A* и *B*?

Сначала дайте ответ, потом измерьте.

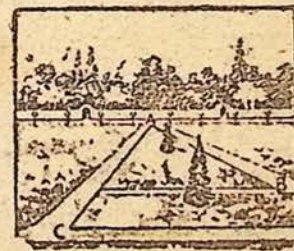


Рис. 38.

Решения задач №№ 31—40.

Решение задачи № 31. — Загадочный рисунок.

Зрачки на этих рисунках кажутся движущимися по той же причине, по какой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление прекращается не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно прекратится и заменится новым, нам, естественно, должно показаться, будто зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

Решение задачи № 32. — Три монеты.

Предположим, что вы проделывали задачу с копеечными монетами (или с пуговицами такой же величины).

Ваше решение, вероятно, было приблизительно такое:



Рис. 39.

Оно как будто вполне удовлетворяет условию задачи, не правда ли? Но попробуйте измерить расстояние цир-

кулем, — окажется, что вы ошиблись чуть не в полтора раза!

Вот правильное расположение монет, — несмотря на то, что для нашего глазомера оно кажется совсем неправильным:

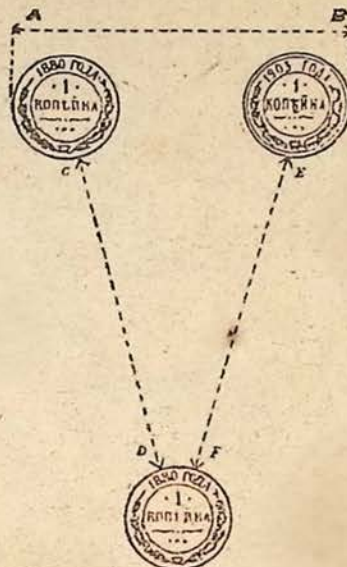


Рис. 40.

Чем крупнее кружки, тем обман зрения поразительнее. Опыт хорошо удается и в том случае, если взять неодинаковые кружки.

Решение задачи № 33. — Четыре фигуры.

Все четыре фигуры одинаковой величины, — хотя нам и кажется, что они уменьшаются по порядку слева направо. В каждой паре правая фигура кажется меньше левой оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

Решение задачи № 34. — Кто длиннее?

Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего впереди, имеет совершенно такую же длину, как и фигура господина в цилиндре. Передний человек кажется нам великаном по сравнению с господином в цилиндре только потому, что первый изображен идущим вдалеке.

Мы привыкли к тому, чтобы предметы с удалением уменьшались; поэтому, когда мы видим вдали не уменьшенную человеческую фигуру, мы невольно заключаем, что это — человек исполинских размеров, раз он кажется крупным даже на большом расстоянии.

Решение задачи № 35. — Окружность копейки.

Длина прямой линии, равной длине окружности копейки, вот какова:

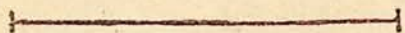


Рис. 41.

Она заметно длиннее, чем обыкновенно чертят. Размер линии получить нетрудно: надо отложить циркулем $3\frac{1}{7}$ поперечника копеечной монеты.

Решение задачи № 36. — Кривые ноги.

У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их примизну по линейке — все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой.

Держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль длинной ног — вы ясно увидите, что ноги прямые.

Кажущаяся кривизна — любопытный обман зрения. Иллюзия особенно сильна, если смотреть на рисунок сбоку.

Решение задачи № 37. — Неожиданность.

Неожиданное явление состоит в том, что через 10—15 секунд нижняя белая полоса *совершенно пропадет* — на ее месте будет сплошной черный фон! Спустя 1—2 секунды полоса снова вырисовывается, затем вновь исчезнет, чтобы появиться опять и т. д.

Это любопытное явление объясняется, вероятно, утомляемостью нашего глаза.

Решение задачи № 38. — Воздушный шар.

Рисунок сделан правильно. Приложите линейку к канату — и вы убедитесь, что, вопреки очевидности, обе части каната составляют продолжение одна другой.

Решение задачи № 39. — Какие линии.

Линии не изогнуты ни внутрь, ни наружу. Они лишь кажутся вогнутыми внутрь оттого, что их пересекает наискось ряд дуг.

Решение задачи № 40. — Дорожки сада.

Вопреки очевидности $AC = AB$. Причина иллюзия та же, что и на рисунке 33-м.

Глава пятая.

Десять затруднительных положений.

Задача № 41.

Жестокий закон.

Некогда жил жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему приказано было допрашивать каждого путника:



Рис. 42.

— Зачем идешь?

Если путник в ответ говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник отвечал правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.

Таков был суровый закон жестокосердного правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Но вот нашелся крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

— Зачем идешь? — сурово остановил его часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон своего господина, не мог ничего поделать с хитрым крестьянином.

Задача № 42.

Милостивый закон.

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну с надписью „Жизнь“, другую с надписью „Смерть“. Если осужденный выпнул первую бумажку, — он получал помилование; если же он имел несчастье выпнуть бумажку с надписью „Смерть“, — приговор приводился в исполнение.

У одного человека, жившего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились того, что суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того: враги не желали оставить невинно-осужденному ни малейшей возможности спастись. Ночью накануне казни они вытащили из ящика бумажку с подписью „Жизнь“ и заменили ее бумажкой с подписью „Смерть“. Теперь, какую бы бумажку ни вытянул осужденный, он не мог избежать смерти.

Так думали его враги. Но у него были друзья, которым стали известны козни врагов. Они проникли в тюрьму и предупредили осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись „Смерть“. Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда

он будет спасен. Друзья приняли его за сумасшедшего...

На утро осужденный, ничего не сказав судьям оговоре своих врагов, ткнул жребий и — был отпущен на свободу!

Как же ему удалось так счастливо выйти из своего, казалось бы, безнадежного положения?

Задача № 43.

Учитель и ученик.

То, что описано ниже, произошло, говорят, в древней Греции. Учитель ложной мудрости, софист Протагор взялся обучить Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязывается уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже полный курс. Протагор ожидает платы, — но ученик не торопится выступать на суде защитником. Как же быть? Учитель уже стал было совсем отчаиваться в судьбе обещанного вознаграждения, но, наконец, напал на мысль взыскать с ученика его долг по суду. Протагор подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет им выиграно, то деньги должны быть взысканы на основании судебного приговора; если же тяжба будет им проиграна и, следовательно, выиграна его учеником, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору — платить после первой же выигранной тяжбы, на которой ученик выступит.

Протагор считал свою тяжбу безпроигрышной.

Ученик же, напротив, считал тяжбу Протагора совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно, кое-

что перенил у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору — ведь он проиграл свою первую тяжбу; если же дело будет решено в его пользу, то он уж, конечно, не обязан платить — на основании судебного приговора.

Настал день суда. Должник приводил доводы в свою защиту; истец доказывал свою правоту. Судья был в большом затруднении. В самом деле: выходит, ведь, что ученик обязан уплатить вознаграждение лишь в том случае, если он докажет, что не должен платить!

Но судья, после долгого размышления, нашел, наконец, выход: он вынес такой приговор, который, несколько не нарушая уговора между учителем и учеником, в то же время давал учителю возможность получить обусловленное вознаграждение.

Каков же был приговор судьи?

Задача № 44.

Разорительный обед.

В своих „Простках за границей“ знаменитый американский юморист Марк Твен рассказывает о курьезном случае, который произошел с ним и его спутниками в Португалии. После утомительного странствования по морю один из спутников Твена, по имени Блетчер, пожелал отпраздновать дружеским обедом достижение суши.

„Он слышал, что здесь цены дешевые, и намерен задать пир горой. Он пригласил девять человек, и мы прекрасно пообедали в главной гостинице. Пока мы благодумствовали под влиянием хороших сигар, хорошего вина и веселых анекдотов, хозяин подал счет.

„Блетчер взглянул на счет и — изменился в лице. Он взглянул еще раз, чтобы удостовериться, что чувства не обманывают его, а затем прочел его вслух прерывающимся голосом:

— Десять обедов, по 600 рейсов — 6.000 рейсов... Разорение и погибель!

— Двадцать пять сигар, по 100 рейсов, 2.500 рейсов... Господи, Боже мой!

— Одиннадцать бутылок вина, по 1.200 рейсов — 13.200 рейсов!.. Пропала моя головушка...

— Итого: двадцать одна тысяча семьсот рейсов! Боже милосердный! На всем пароходе не наберется денег, чтобы заплатить по этому счету... Ступайте, друзья мои, предоставьте мне погибать одному... Я конечный человек!

„Никогда еще я не видел, чтобы какая-нибудь компания была так огорошена. Никто не мог выговорить ни слова. Казалось, все лишились языка. Нетронутые стаканы с вином медленно опустились на стол. Сигары незаметно выскользнули из обезсиленных пальцев. Каждый заглядывал в глаза соседа, но не находил в них ни луча надежды, ни искры бодрости.

„Наконец, это зловещее молчание было нарушено. Тень отчаянной решимости темным облаком легла на лицо Блетчера. Он сказал:

— „Хозяин, это низкий, подлый обман, и я никогда не допущу его! Вот 150 долларов, и это все, что вы получите. Я скорее истеку кровью, чем прибавлю хоть один цент!

„Хозяин был смущен, хотя и не понял ни слова из того, что ему было сказано. Он поглядывал то на кучку золотых монет, то на Блетчера, а затем ушел. Очевидно, он разыскал какого-нибудь американца, так как, вернувшись, снова представил счет, переведенный на язык, понятный христианину, а именно...”

Тут мы прервем рассказ американского юмориста и предоставим читателю разгадать загадку: что означали непомерно высокие цифры счета и как разъяснилось все это недоразумение?

Задача № 45.

Таинственное послание.

Французский писатель, астроном К. Фламарион, в своей повести „По волнам бесконечности“ рассказывает, что герой повести получил однажды очень странное послание. Оно было написано не буквами, а различными знаками, употребляемыми в математике и астрономии. Здесь воспроизведено это загадочное послание. Вы видите, что ничего нельзя понять в этой чернокнижной грамоте:

!) $\delta + \delta \approx + > \sim \rangle =) \square \delta \sim \delta \bigcirc +$
 $\otimes > + < ! > \sim \times < ! \times \delta (\times > ? = ? \times (+$
 $\sqrt{?} \rangle \Psi + \times ? 4 \times + < ! ($
 $(\times \delta 4 \times + < ! (: \delta \times \Delta \div \bigcirc ! \sim \times \times \sim \div \bigcirc$
 $! > \Delta \delta \times + \Delta \sim < \times (=) \div \bigcirc$
 $? < \delta (\div + 4 ? \square \bigcirc \Delta \times ? \delta (4 ! \bigcirc ! \times + ($
 $\otimes + \rangle \times \sim \times (\sim + \times (\div \bigcirc \otimes > (\approx + ! + \times \bigcirc < \sim$
 $\Psi \bigcirc \sqrt{\delta} < \delta \delta < \bigcirc \times ? < \bigcirc = \sim$
 $< \times \delta \delta \Delta \otimes (= \bigcirc \delta \Delta \div + = \bigcirc$
 $\times \bigcirc \otimes + \delta \times + 4 \bigcirc \otimes + (< ! ? 4 ? \times \times ($
 $\delta \Delta \times \times \sim \approx + = \delta < \sim \perp \sim !) \Delta \leq \delta) \square (\square \bigcirc$
 $? \approx + \otimes + \delta + \sqrt{\times} + ! + = \Delta \Psi \sim \Psi \bigcirc$
 $< \delta) \square \sim \delta \bigcirc = ? \times \sim < \sim = \bigcirc \sim \times (? = + \approx \Delta$
 $\sqrt{+} \delta ? < \bigcirc ! + \sqrt{-} + \nabla \sqrt{?} < \delta + \times \sim ! \bigcirc$
 $\delta \nabla = ? \otimes \bigcirc$

Герой повести имел основание думать, что таинственное послание написано его бывшим учителем, астрономом Люменом. У него мелькнула догадка, что последние шесть знаков, стоящие в отдельной строке, — не что иное, как подпись „Люмень“.

Эта счастливая догадка дала ему ключ к прочтению всего таинственного послания.

Можете ли вы сделать то же самое и раскрыть смысл загадочного письма, зная, что последнее слово его означает: „Люменъ“?

(В повести Фламмарiona письмо было составлено, конечно, на французском языке; но приведенное здесь тайнописное послание составлено *на русском языке*).

Задача № 46.

Слишком много предков.

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из моих двух бабушек также имели отца и мать. Следовательно, в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му, 7-му и т. д. поколению назад, я нахожу, что число моих предков все возрастает и при том чрезвычайно обильно. А именно:

В 2-м поколении		2 предка.
3	"	4 "
4	"	8 "
5	"	16 "
6	"	32 "
7	"	64 "
8	"	128 "
9	"	256 "
10	"	512 "
11	"	1024 "
12	"	2048 "
13	"	4096 "
14	"	8192 "
15	"	16384 "

В 16-м поколении	32768	предка.
17	"	65536 "
18	"	131072 "
19	"	262144 "
20	"	524288 "

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, численностью больше полумиллиона. И с каждым дальнейшим поколением это число удваивается!

Если считать, как обыкновенно принимается, по три поколения в столетие, то в начале христианской эры, 19 веков тому назад, на земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их должно заключать в себе 18 цифр.

Чем дальше в глубь веков, тем число моих предков должно возрастать. В эпоху первых фараонов численность их должна была доходить до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший египетской истории, моим предкам было уже, вероятно, тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим, и присоедините еще предков всех своих знакомых, и прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих на земле, — и вы легко вообразите себе, в каком страшно затруднительном положении были все эти наши предки: ведь для них буквально не хватало места на земном шаре!

Не укажете ли вы им выход из этого ужасного положения?

Задача № 47.

В ожидании конки.

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам конки, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

— Чем стоять здесь и ждать, — ответил средний брат, — лучше пойдем вперед. Когда какой-нибудь вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем хотя часть пути будет уже за нами — скорее домой приедем.

— Если уж идти, — возразил младший брат, — то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам скорее попадется встречный вагон; мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг-друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший — назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее? И как вы поступаете когда вам случается быть в подобном положении?

Задача № 48.

Куда девался седок?

Можно ли посадить 11 человек в 10 автомобилей так, чтобы в каждом автомобиле сидело по одному человеку?

Вы думаете нельзя? Нет, можно: надо только уметь взяться за дело.

Поступите так. Первого седока посадите в первый автомобиль.

Затем попросите 11-го седока сесть временно в тот же первый автомобиль.

Усадив этих 2-х человек в первый автомобиль, вы усаживаете:

3-го седока во 2-й автомобиль			
4-го	"	3-й	"
5-го	"	4-й	"
6-го	"	5-й	"
7-го	"	6-й	"
8-го	"	7-й	"
9-го	"	8-й	"
10-го	"	9-й	"

Как видите, остается свободным 10-й автомобиль. В него вы и посадите 11-го седока, который временно сидел в 1-м автомобиле.

Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 человек в 10-ти автомобилях.

А все-таки: куда девался один седок?

Задача № 49.

Без гирь.

Крестьянин принес вам на дачу 10-фунтовый пакет сливочного масла. Вы желаете купить всего только 5 фунтов. У одного из ваших соседей нашлись весы с коромыслом, но гирь нет ни у вас, ни у разносчика и ни у кого из соседних дачников.

Будь у вас в изобилии медные деньги, вы легко могли бы обойтись без гирь: на фунт идет ровно 50 копеек медными монетами. Но дело происходит в наше время, когда разменные монеты все бумажные.

Можете ли вы без всяких гирь отвесить себе от 10-фунтового пакета 5 фунтов?

Задача № 50.

На неверных весах.

Представьте себе, что когда вы догадались, наконец, как отвесить масло без гирь, входит ваш сосед, владелец весов, и сообщает вам, что весы его очень ненадежны: на верность их полагаться нельзя.

Можете ли вы даже и на неверных весах, при том без гирь, правильно отвесить 5 фунтов от 10-фунтового пакета?

Решения задач №№ 41—50.

Решение задачи № 41. — Жестокий закон.

На вопрос часового „Зачем идешь?“ — крестьянин дал такой ответ:

— Я иду, чтобы быть повешенным вот на этой виселице.

Такой ответ поставил часового в тупик. Что он должен сделать с крестьянином? Повесить? Но тогда выйдет, что крестьянин сказал *правду*, за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Но и утопить нельзя: в таком случае окажется, что крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повесить.

Так часовой и не мог ничего поделать со сметливым крестьянином.

Решение задачи № 42. — Милостивый закон.

Вынимая жребий, осужденный поступил так: он вынул одну бумажку из ящика и, никому не показывая, проглотил ее. Судья, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, должны были извлечь из ящика оставшуюся бумажку: на ней была надпись „Смерть“. Следовательно, — рассуждали судьи, — на уничтоженной бумажке была надпись „Жизнь“ (они, ведь, ничего не знали о заговоре).

Готовя невинно-осужденному верную гибель, враги невольно привели его к спасению.

Решение задачи № 43. — Учитель и ученик.

Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право вторично возбудить дело на новом основании — именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта *вторая* тяжба должна уже быть решена бесспорно в пользу учителя

Решение задачи № 44. — Разорительный обед.

Счет, представленный хозяином гостиницы, в переводе португальских денег на американские имел такой вид:

10 обедов — 6.000 реисов, или . . . 6 долларов.

25 сигар — 2.500 реисов, или . . . 2 доллара 50 центов.

11 бутылок вина — 13.200 реисов, или 13 доллар. 20 цент.

Итого — 21.700 реисов, или 21 дол. 70 цент.

Все дело в том, что португальская монета „реис“ чрезвычайно мелка — около $\frac{1}{5}$ копейки на наши деньги. Тысяча реисов („милльрейс“) отвечает всего одному доллару. „Разорительный обед“, стоимость которого определялась пятизначным числом, обошелся менее, чем 22 доллара!

Решение задачи № 45. — Тайнственное послание.

Если подпись следовало читать „Люмень“, то каждый из шести знаков ее должен изображать соответствующие буквы слова *Люмень*. Итак, нам известно уже значение шести знаков:

⊕ ∇ = ? ⊗ ○
л ю м е н ь

Заменим теперь в письме эти знаки всюду, где они попадают, соответствующими буквами. Тогда начало письма примет такой вид (точки стоят на месте неразгаданных букв):

. л м л . л ь н
. е м е н .

Нетрудно догадаться, что слово „ . . . е м е н .“ есть не что иное, как *временн*. Следовательно, мы уже знаем, что

× означает в
> „ р
i „ и

Подставим, вместо разгаданных нами 9 знаков, соответствующие буквы во всем письме. Оно примет такой вид:

. . . л . р . м . л . лъ . р . . р . н . .
в . и времени . . е . . не . н . . и и в . н . .
и . в . ъ . . н . . ъ . р . . н . . ним . ъ

Е . ли . . е . . вели . и . . в . и . . н . н .
. . ни . ъ . ри . . в . . ъ . е . . ъ ве . .
м . . в . . имъ . . мѣ

Въ . лн . . . и . . е . ен . . л . нн . . м .
. л . и . е н .
. . м ъ . л . . лъ мен . . мѣ . не м . .
. . л . е . ъ . . ю . е . . в . .

Рассматривая эту надпись, не трудно догадаться, что слово *Е. ли* может быть только *если*, а слово *мен.* означает *меня*. Легко видеть также, что слово . мѣ превратившееся теперь в *с. мѣ*, должно означать *сам*.

Возьмем теперь слово *р . . р . н . . в . и* заменим в нем знаки известными уже нам буквам *с* и *а*; получится: *р . с . ранс . в*. Очевидно, речь идет о *пространстве*. Теперь мы узнали уже значения еще 6 букв:

(	означает	я
)	"	а
+	"	и
<	"	с
⊗	"	п
+	"	о
!	"	т

Подставим эти буквы вместо знаков, будем иметь уже менее таинственную надпись:

Т . ол . о ра . м . . лял о пространстве и времени
о . е . . оне . ности и ве . ности . в . ъ та . на . ъ
тр . . но . яским . . ъ

Если . о . е . . вели . ит . т . ои по . нан . я о
ни . ъ при . отов . ся . . есе . е съ вес . ма сзе . имъ
. . . омъ

Все . ности недостающая буква была очевидно *ч*. Слово *е . . онечности* теперь ясно: *бесконечности*. Мы узнали буквы *б*, *з* и *к*. В слове *величит*, первая недостающая буква, разумеется, *у*; последняя — *ь*. Слова: *познан . я*, *тру . но*, *бесе . е*, *ни . .*, *при . отовься*, — могут означать только: *познания*, *трудно*, *беседе*, *них*, *приготовься*. Это раскрывает нам обозначение букв *г*, *д*, *х*, и *з*.

Первая фраза криптограммы принимает тогда следующий вид:

Т . долго разм . . лял о пространстве и времени
двух та . нах трудно уяснимых.

Очевидно, *Т*, должно прочесть *Ты*; *размы . лял* — *размышлял*; *та . нах* — *тайнах*.

Идя так, шаг за шагом, нетрудно разгадать — смысл всего таинственного послания. Вот он:

Ты долго размышлял о пространстве и времени, о
бесконечности и вечности: двух тайнах, трудно уясни-
мых.

Если хочешь увеличить твои познания о них, при-
готовься к беседе с весьма сведущим духом.

В полночь по истечение лунного месяца, ты услы-
шишь его подобно тому, как слышал меня. Сам я не
могу более с тобою беседовать.

Люмен.

Решение задачи № 46. — Слишком много предков.

Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что мы упустили из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы совсем не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, быть может, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего

деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все наши расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть речи о земельной тесноте.

Решение задачи № 47. — В ожидании конки.

Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя, тот же вагон догнал шедшего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне — и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако, благоразумнее всех поступил все же старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

Решение задачи № 48. — Куда девался седок?

Исчезнувший седок — это *второй* седок, который был незаметно пропущен при распределении автомобилей: после 1-го и 11-го седока мы сразу перешли к 3-му и следующим, миновав 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 человек в 10 автомобилях, по одному человеку в каждом.

Решение задачи № 49. — Без гирь.

Задача сводится в сущности к тому, чтобы разделить 10-фунтовый груз масла на две равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масла от пакета до тех пор, пока

10-фунтовый пакет распределится поровну между ними. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 фунтов, — если только весы правильны.

Решение задачи № 50. — На неверных весах.

На неверных весах можно достичь того же, но более сложным путем. Сначала надо разделить масло 10-фунтового пакета на две части так, чтобы они были *приблизительно* (на глаз) равны. — Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов, — на другую же чашку весов накладывают камешков или чего угодно, до тех пор, пока указатель весов не примет положение равновесия. Тогда снимают с чашки первую часть масла и, вместо нее, кладут вторую. Если окажется при этом, что указатель весов остается на прежнем месте, то, значит, в обеих частях масла поровну, *так как они заменяют одна другую по весу*; в таком случае, разумеется каждая из них весит ровно 5 фунтов.

Если же указатель отклонится, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе части не будут вполне заменять друг друга на одной и той же чашке весов.

Глава шестая.

Искусное разрезывание и сшивание.

Семь раз отмерь,
а раз отрежь.

Пословица.

Задача № 51.

Флаг морских разбойников.

Вы видите здесь флаг морских разбойников. Двенадцать продольных полос на нем обозначают, что в плену у пиратов находятся 12 человек. Когда удастся захватить новых пленных, пираты подшивают к флагу соответствующее число новых полос. Напротив, при утрате каждого пленного они сбавляют одну полосу.

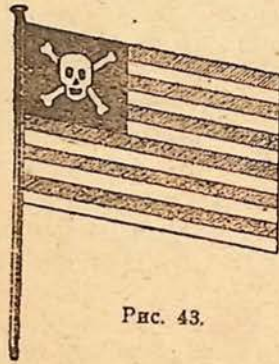


Рис. 43.

На этот раз пираты потеряли двух пленников и, следовательно, должны перешить флаг так, чтобы полос было не 12, а 10.

Можете ли вы указать простой способ разрезать флаг на две такие части, чтобы после сшивания их получился флаг с 10 полосами? При этом не должно пропасть ни клочка материи, и флаг должен сохранить свою продолговатую форму.

Задача № 52.

Красный крестъ.

У сестры милосердия имелся квадратный кусок красной материи, из которого нужно было шить крест. Она хотела так перешить квадрат, чтобы ни один кусок материи не пропал. После долгих поисков ей удалось разрезать квадрат всего на 4 куска, из которых она и сшила крест. Крест получился очень удачный: в нем было всего два шва, каждый в виде прямой линии.

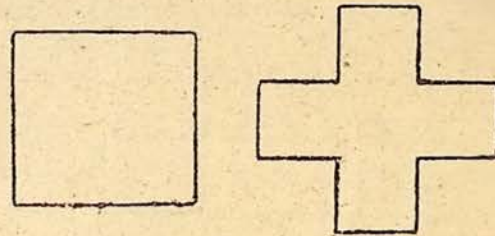


Рис. 44.

Попробуйте сделать то же самое из квадратного куска бумаги.

Задача № 53.

Из лоскутков.

У другой сестры милосердия были такие обрезки красной материи:

Сестра ухитрилась прямо, не разрезая этих лоскутков, сшить из них крест. Как?

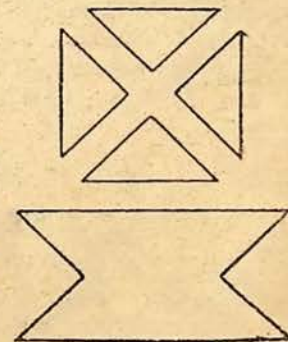


Рис. 45.

Задача № 54.

Два креста из одного.

У третьей сестры милосердия имелся готовый красный крест из материи; но крест был чересчур велик, и она вырезала из него другой, поменьше, так, что новый был весь из одного куска материи.

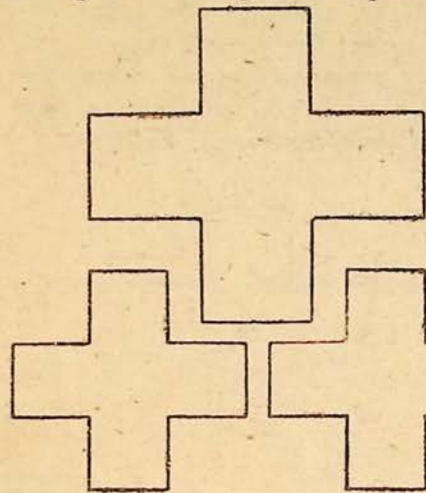


Рис. 46.

Когда крест был вырезан, сестра, собирая обрезки — их оказалось всего 4, — заметила, что из них можно, не разрезывая ни одного лоскутка, прямо сшить еще один крест и при том точно такой же величины.

Таким образом, вместо одного креста у нее оказалось два поменьше, одинаковой величины: один цельный, другой составной.

Можете ли вы указать, как сестра это сделала?

Задача № 55.

Британский лев.

Здесь изображено знамя одного из полков английской армии. Нужно разрезать этот квадрат на четыре части так, чтобы из них можно было сшить два квадрата с изображением



Рис. 47.

льва на каждом. Разрез не должен проходить через изображение льва.

Как это сделать?

Задача № 56.

Деление запятой.

Вы видите здесь широкую запятую (рис. 48).

Она построена очень просто: на прямой AB описан полукруг и затем на каждой половине линии AB описаны полукруги — один вправо, другой влево.

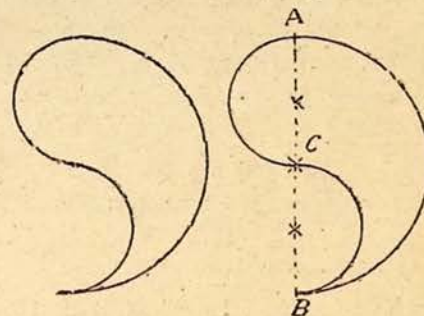


Рис. 48.

Задача состоит в том, чтобы разрезать эту фигуру одной кривой линией на две совершенно одинаковые части.

Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Как?

Задача № 57.

Развернуть куб.

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми 6 квадратами на стол, то получите фигуру в роде трех следующих:

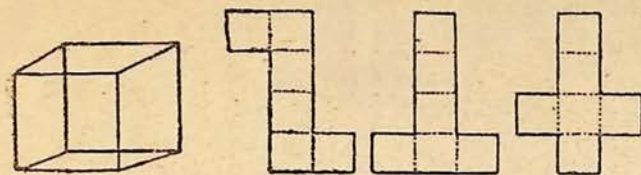


Рис. 49.

Любопытно сосчитать: сколько *различных* фигур можно получить таким путем? Другими словами: сколькими способами можно развернуть куб на плоскости?

Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее десяти.

Задача № 58.

Составить квадрат.

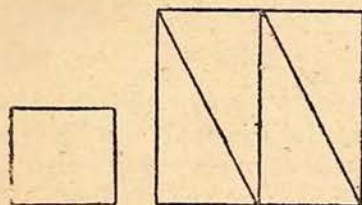


Рис. 50.

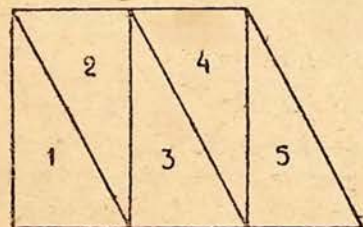


Рис. 51.

Можете ли вы составить квадрат из 5 кусков бумаги такой формы?

Если вы догадались, как решить предыдущую задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников такой же формы, как те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные 4 должны идти в дело неразрезанными.

Задача № 59.

Четыре колодца.

На квадратном участке земли имеется четыре колодца: три рядом близ одного края участка, и один в углу.



Рис. 52.

Участок перешел по наследству 4 владельцам, которые и решили разделить его между собой, но так, чтобы у всех были участки совершенно одинаковой формы, и чтобы на каждом участке находился колодец.

Можно ли это сделать? Если можно, то как?

Задача № 60.

Куда девался квадратик?

В заключение наших опытов с разрезыванием фигур покажу читателю интересный пример разрезывания, при котором неизвестно куда исчезает кусочек фигуры.

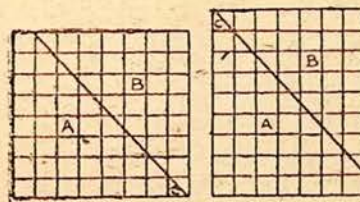


Рис. 53.

На клетчатой бумаге обчерчиваю квадрат 8×8 , заключающий в себе, конечно, 64 квадратика. Затем провожу косую линию слева направо, начиная с той точки, где сверху сходятся первый и второй квадратик. Ея противоположный конец разрежет пополам последний квадратик

справа, и в нем образуется два треугольника. Нижний треугольничек обозначим буквой *С*. Всю левую часть чертежа обозначим буквой *А*, а правую — бук-

вой В. Теперь разрезаю чертеж по косой линии и двигаю правую часть косо вверх по разрезу так, чтобы эта часть поднялась на один ряд квадратиков. Вверху окажется при этом маленький пустой треугольничек, а внизу направо будет выдаваться треугольничек С. Беру ножницы, отрезаю высывающийся маленький треугольничек С и помещаю его вверху — там, где остался незакрытый треугольник.

Он приходится сюда как раз впору.

Теперь у нас получается прямоугольник, 7 квадратиков в высоту и девять квадратиков в ширину. Но $7 \times 9 = 63$. Значит, наш прямоугольник включает теперь всего 63 квадратика, между тем как прежде же их было 64.

Куда же девался один квадратик?

Решения задач №№ 51—60.

Решение задачи № 51. — Флаг морских разбойников.

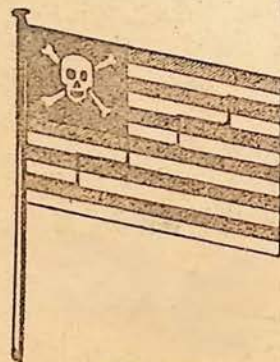


Рис. 54.

Нужно разрезать флаг по ступенчатой линии, обозначенной здесь на рисунке:

Теперь остается только передвинуть нижнюю часть флага вверх на одну ступеньку, и сшить. Получится флаг уже не с 12 полосами, а с 10-ю. Он стал более продолговатым, но ни одного клочка материи не прибавилось и не убавилось.

Решение задачи № 52. — Красный крест.

Сестра разрежала квадратный кусок материи на 4 части следующим образом (пунктиром показано, как она намечала линии разреза: от вершин квадрата к середине сторон):

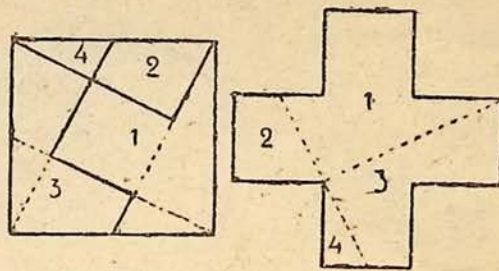


Рис. 55.

Рис. 56.

Из этих 4 кусков сестра сшила крест (рис. 56). Как видите, в нем всего два шва.

Решение задачи № 53. — Из лоскутков.

Вот как сестра сшила крест из обрезков:

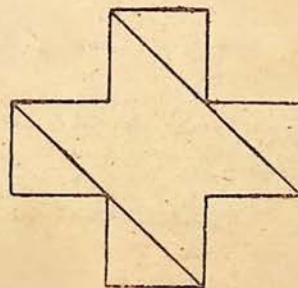


Рис. 57.

Решение задачи № 54. — Два креста из одного.

Способ, каким сестра вырезала малый крест из большого и составила еще один крест из обрезков, показан здесь на чертежах:

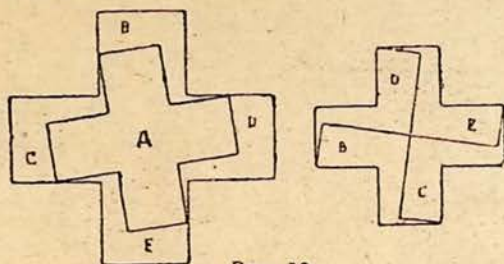


Рис. 58.

Решение задачи № 55. — Британский лев.

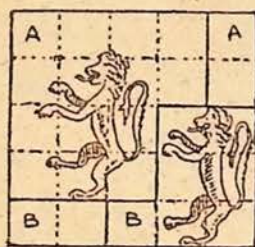


Рис. 59.

Для наглядности разграфите флаг на 25 клеточек. Линии разреза показаны здесь сплошными чертами. Из полученных 4 кусков не трудно составить 2 квадрата, пришив к большим кускам маленькие.

Одно знамя будет заключать 16 квадратиков, другое — 9.

Решение задачи № 56.

Деление.

Решение видно из прилагаемого чертежа 60-го.

Обе части разделенной „запятой“ равны между собой, потому что составлены из одинаковых частей.

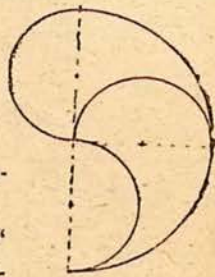


Рис. 60.

Рисунок 61-й показывает, как составить круг из двух „запятых“ — белой и черной.

А вот, кстати, как можно составить круг из 4 половин, получающихся от деления запятой:

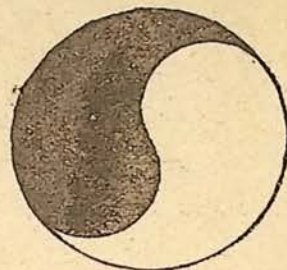


Рис. 61.

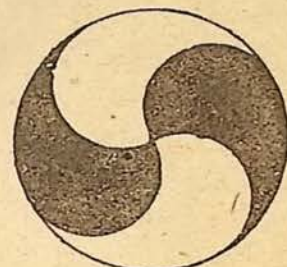


Рис. 62.

Решение задачи № 57. — Развернуть куб.

Вот все различные развертки куба. Их 11:

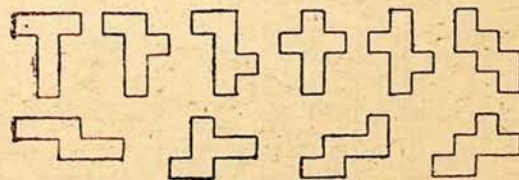


Рис. 63.

Фигуры 1-ю и 5-ю можно перевернуть; это прибавляет еще две развертки, и тогда общее число их будет не 11, а 13.

Решение задачи № 58. — Составить квадрат.

Решение первой задачи видно из чертежа:

А вот как составляется квадрат из 5 треугольников. Один предварительно разрезают, как показано:

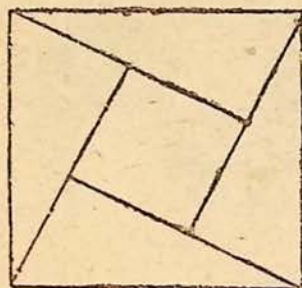


Рис. 64.

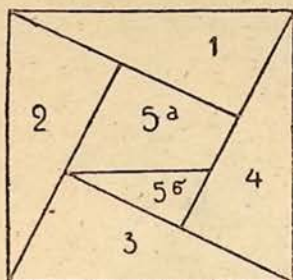


Рис. 65.

Решение задачи № 59. — Четыре колодца.

Способ размежевания земли между 4-мя владельцами обозначен сплошными линиями на чертеже:

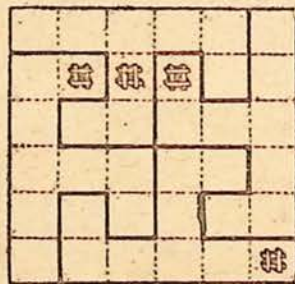


Рис. 66.

Участки получаются довольно причудливой формы, — но зато у всех четырех владельцев они совершенно одинаковы, и у каждого есть колодец.

Решение задачи № 60. — Куда девался квадратик?

Секрет непонятного исчезновения 64-го квадратика сразу становится ясным, если тщательнее исполнить чертеж.

Вглянитесь пристально в приложенный здесь чертеж: вы заметите, что прямоугольник вовсе не составлен из 64 квадратиков, как кажется при неотчетливо исполненном чертеже. Те „квадраты“, которые расположены

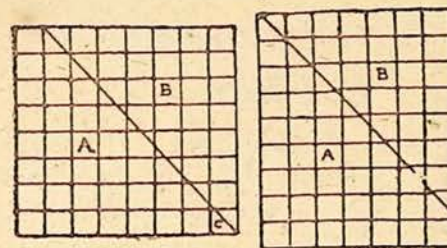


Рис. 67.

вдоль коих линии разреза, вовсе не квадраты: каждая из этих фигур по площади немного более соответствующего квадратика, и из суммы этих избытков складывается недостающая площадь будто бы исчезнувшего квадратика.

Подсказка выступит яснее, если разграфить фигуру не на 64 квадратика, а всего на $4 \times 4 = 16$ квадратиков. Наоборот, чем на большее число частей разграфлена фигура, тем труднее уловить ошибку.

Глава седьмая.

Десять замысловатых задач.

Задача № 61.

Дешевая поездка.

Возвращаясь из Москвы в свое имение, богатый помещик забыл предупредить управляющего, чтобы выслали ему карету на железнодорожную станцию. Пришлось помещику нанять на станции у крестьян бричку. А так как день был праздничный, то крестьяне неохотно соглашались ехать. За проезд в 25 верст от станции до имения просили кто 5 рублей, кто 8, а кто и все 10.

Помещик, хотя и владел имением, которое оценивалось в 300 тысяч, был довольно скуп. Торгуясь с крестьянами и ища извозчика подешевле, он встретил со стороны одного старика неожиданное предложение:

— Одну версту, барин, я прокачу тебя за копейку.

— А дальше? — с недоумением спросил помещик.

— Вторую версту потруднее ехать будет: дорога все в гору идет. Две копейки положи, милостивец!

— А за третью?

— За третью версту 4 копейки. Лошадь утомится, в гору едучи. За четвертую версту 8 копеек положи.

И да еще, барин, за всякую новую версту всего только вдвое против прежней.

— Значит, ты за первую версту хочешь 1 копейку, а за каждую следующую вдвое больше, чем за предыдущую?

— Оно самое! Едем, что ли?

— (Этим чудачком, кажется, всего дешевле выйдет, — подумал помещик и поспешил согласиться. — Едем!

Пожали. Результат же поездки был тот, что старик-извозчик сделался владельцем 300-тысячного имения, а богатый помещик поступил к нему кучером. Почему?

Задача № 62.

Баба и паровоз.

Железнодорожный машинист задолжал деревенской бабе молоко и всячески уклонялся от платежа. Баба долго пладала и, наконец, придумала, что делать.

Однажды, когда пары были уже разведены и поезд должен был тронуться, баба стала у паровоза и заявила машинисту:

— Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезда!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услышав такую угрозу.

Но баба не шутя намеревалась остановить поезд.

И кто же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

— Отдай деньги — пущу поезд! — с торжеством объявила баба.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только сняла баба колдовство с паровоза, и поезд тронулся.

В эм же состоялось колдовство молочницы, и как оно было снято?



Рис. 68.

Задача № 63.

Путешествие шмеля.

Шмель отправляется в дальнейшее путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и, наконец, после целого часа пути, спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель отдыхает полчаса.

Теперь надо посетить помещичий сад, где шмель вчера заметил цветущие кусты крыжовника. Сад лежит на запад от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя $\frac{3}{4}$ часа он был уже в саду. Крыжовник в полном цвету, и чтобы посетить все кусты, понадобилось шмелю ровно полтора часа.

А затем, не отвлекаясь в стороны, шмель кратчайшей дорогой полетел домой, в родное гнездо.

Сколько времени шмель пробыл в отсутствии?

Задача № 64.

Ящик.

У меня есть ящик, и я могу вам сказать, что крышка его заключает 210 квадратных дюймов, передняя стенка — 96 кв. дюймов, и боковая — 80 кв. дюйм.

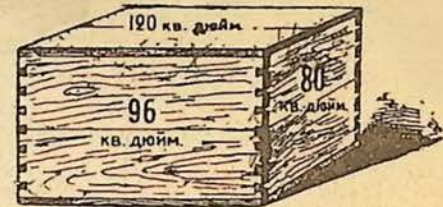


Рис. 69.

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящика?

Задача № 65.

Две цепи.

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи натянут, занимает в длину 36 дюймов, другой — 22 дюйма. Толщина кольца — полдюйма. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

Задача № 66.

Мешки с мукой.

Мельнику надо было взвесить 5 мешков с мукой. У него были весы, но так как не хватало некоторых гирь, по невозможно было отвесить груз меньше двух пудов. Мешки же весили около $1\frac{1}{2}$ пуда каждый.

Мельник не растерялся, и стал взвешивать мешки по два. Из 5 мешков можно составить 10 различных пар; поэтому мельнику пришлось сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возра-

стоящем порядке: 110 ф., 112 ф., 113 ф., 114 ф., 115 ф., 116 ф., 117 ф., 118 ф., 120 ф. и 121 фунт.

Но как быть дальше? Как узнать теперь, сколько весит каждый мешок в отдельности?

Мельник справился с этой задачей довольно быстро. Вероятно, и вы догадаетесь, как она решается.

Задача № 67.

Три дочери и два сына.

Дядя приехал навестить своих племянников и племянниц, которых не видал уже давно.

Первыми вышли к нему маленький Володи с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры.

Затем выбежала Надя, и тогда папа сказал гостю, что обе девочки вместе вдвое старше мальчика.

Когда пришел из гимназии Алеша, папа объявил, что оба мальчика вместе вдвое старше обеих девочек вместе.

Позднее всех пришла Лида и, увидя гостя, радостно воскликнула:

— Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнилось 21 годъ!

— И знаете еще что, — прибавил отец — я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько же лет было каждому сыну и каждой дочери?

Задача № 68.

Две свечи.

Внезапно погас электрический свет во всей квартире — испортились провода. Чтобы не прерывать работы, я зажег две свечи, стоявшие, на всякий случай, на моем письменном столе, и при их свете занимался до тех пор, пока цепь не была приведена в исправность.

На другой день мне понадобилось узнать, на сколько времени было прервано электрическое освещение. Я забыл отметить по часам момент прекращения тока и момент его возобновления. Не помнил я и длины свечей. Знаю только, что одна свеча была потолще, — из тех, что целиком сгорают в 5 часов; другая была потоньше и могла бы целиком сгореть в 4 часа. Ищу огарки — и не нахожу: горничная выбросила их.

— Какой же они были длины? — спрашиваю я у горничной.

— Не помню, барин. Один был совсем маленький, а другой побольше.

— Во сколько раз больше? Вдвое? Втрое? — допытывался я.

— Ровно в четыре раза, это я заметила.

Итак, я узнал только, что один огарок был в 4 раза длиннее другого. Можно ли на этом основании определить, сколько времени горели свечи?

Задача № 69.

Девятьсот поклонов.

В одном пансионе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Учитель ввел обычай, чтобы ежедневно поутру каждый мальчик делал поклон учителю, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке; каждая девочка тоже должна была делать поклон учителю, каждой подруге и каждому мальчику.

Этот церемонный обычай строго соблюдался и потому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов.

Сколько было в школе мальчиков и девочек?

Задача № 70.

Наследство раджи.

Раджа, умирая, оставил свои драгоценные брильянты сыновьям. Завещание было составлено так: старший

сын получает 1 брильянт и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 брильянта и седьмую долю всех остальных; третий сын получает 3 брильянта и седьмую долю всех остальных; четвертый — 4 брильянта и седьмую долю остальных. И т. д. Таким образом наследство было разделено между сыновьями без остатка.

Сколько сыновей было у раджи, и сколько он оставил брильянтов?

Решения задач №№ 61—70.

Решение задачи № 61. — Дешевая поездка

Поездка оказалась вовсе не дешевой: помещик должен был заплатить извозчику такую сумму денег, что стоимости его 300-тысячного имения не хватило для ее покрытия!

В самом деле: проследим, как возрастала цена с каждой верстой.

За 1-ю версту следовало всего 1 копейку, за 2-ю — 2 коп., за 3-ю — 4 коп., за 4-ю — 8 коп., за 5-ю — 16 коп., за 6-ю — 32 коп., за 7-ю — 64 коп., за 8-ю — 1 р. 28 коп., за 9-ю — 2 р. 56 коп., за 10-ю — 5 р. 12 коп.

Пока еще поездка как будто не предвещает ничего разорительного — за проезд первых 10-ти верст вместе причиталось всего около 10 рублей.

Но посмотрим, как шло дальше.

За 11-ю версту надо было уплатить 10 р. 24 коп., за 12-ю — 20 р. 48 коп., за 13-ю — 40 р. 96 коп., за 14-ю — 81 р. 92 коп., за 15-ю — 163 р. 84 коп.

Числа, как видите, становятся уже внушительнее, — но все же мало верится, чтобы на оставшихся десяти верстах богатейший помещик мог разориться.

Однако, будем продолжать вычисление стоимости:

16-я верста обошлась въ . . .	327 р. 68 к.
17-я " " " . . .	655 " 36 "
18-я " " " . . .	1310 " 72 "
19-я " " " . . .	2621 " 44 "
20-я " " " . . .	5242 " 88 "

Помещик должен уже извозчику за дорогу 10.000 рублей. Но ведь у него имение в 300.000 рублей. Неужели на последних пяти верстах он превратится в нищего?

Посмотрим.

21-я верста обошлась въ . . .	10.485 р. 76 к.
22-я " " " . . .	20.971 " 52 "
23-я " " " . . .	41.843 " 04 "
24-я " " " . . .	83.686 " 08 "
25-я " " " . . .	167.372 " 16 "

Половину своего состояния богатый помещик должен был уплатить за одну только последнюю версту! А за весь 25-верстный путь следовало уплатить —

334.744 рубля 15 коп.!

Неудивительно, что извозчик вступил во владение имением, а помещику пришлось наняться к нему в кучера, чтобы отработать долг в 34.000 рублей.

Решение задачи № 62. — Баба и паровоз.

Баба остановила поезд тем, что смазала маслом рельсы впереди паровоза. По скользким рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Вспомните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с ме-

ста. По той же причине не может сдвинуться и паровоз на скользких рельсах.

Когда же машинист уплатил долг, баба сняла колдовство, посыпав смазанные рельсы песком.

История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются особые песочницы, из которых машинист посылает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например, от дождя.

Решение задачи № 63. — Путешествие шмеля.

Задача решалась бы очень просто, если бы было сказано, сколько времени понадобилось шмелю на перелет

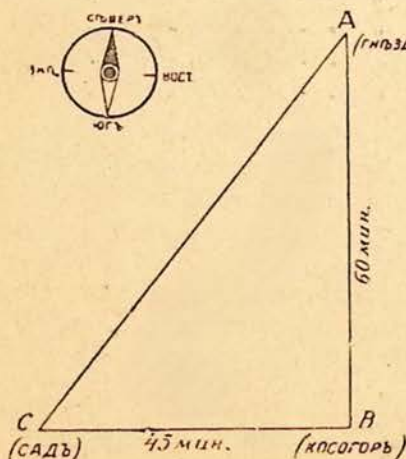


Рис. 70.

из помещичьяго сада в родное гнездо. Этого в задаче не сказано — но геометрия поможет нам самим узнать это.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала „прямо на юг“ в течение 60-ти минут. Затем он летел 45 минут „на запад“, т. е. под прямым углом к прежнему пути. Оттуда „кратчайшей дорогой“, т. е. по прямой линии, — обратно к гнезду. У нас получился прямоуголь-

ный треугольник ABC , в котором известны оба катета, AB и BC , и надо определить третью сторону — гипотенузу AC .

Геометрия учит нас, что если какая-нибудь величина содержится в одном катете 3 раза, а в другом — 4 раза,

то в третьей стороне — гипотенузе — та же величина должна содержаться ровно пять раз.

Сторона, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а остальные две стороны — катетами.



Рис. 71.

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 сажням, то гипотенуза = 5 саж.; если катеты 9 и 12 верст, то третья сторона = 15 верстам и т. п. В нашем случае один катет 3×15 мин. пути, другой 4×15 мин. пути; значит, гипотенуза $AC = 5 \times 15$ минут пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду

шмель летел 75 минут, т. е. $1\frac{1}{4}$ часа.

Теперь легко уже подсчитать, сколько времени шмель пробыл в отсутствии. На дорогу он употребил времени:

$$1 \text{ час} + \frac{3}{4} \text{ часа} + 1\frac{1}{4} \text{ часа} = 3 \text{ часа.}$$

На остановки у него ушло времени:

$$\frac{1}{2} \text{ часа} + 1\frac{1}{2} \text{ часа} = 2 \text{ часа.}$$

$$\text{Итого: } 3 \text{ часа} + 2 \text{ часа} = 5 \text{ часов.}$$

Решение задачи № 64. — Ящик.

Поверхность крышки равна произведению длины ящика на его ширину; поверхность боковой стенки = высоте $\times$ ширину; поверхность передней стенки = высоте $\times$ длину. Следовательно, мы знаем, что

$$\begin{aligned} \text{длина} \times \text{ширину} &= 120 \\ \text{высота} \times \text{ширину} &= 80 \\ \text{высота} \times \text{длина} &= 96 \end{aligned}$$

Перемножим первые два равенства. Получим:

$$\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину} = 120 \times 80.$$

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину}}{\text{длина} \times \text{высоту}} = \frac{120 \times 80}{96}$$

Сократив дробь и произведя действия, имеем:

$$\text{ширина} \times \text{ширину} = 100.$$

И следовательно, ширина ящика = 10 дюймам.

Зная это, легко определить, что высота ящика =

$$\frac{80}{10} = 8 \text{ дюймам, а длина} = \frac{96}{8} = 12 \text{ дюймам.}$$

Решение задачи № 65. — Две цепи.

Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего составляется длина цепи. Рассмотрим в чертеж:

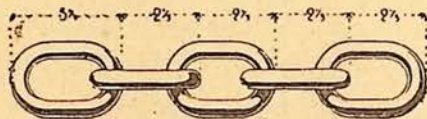


Рис. 72.

Вы видите, что длина натянутой цепи составляется из полной ширины первого звена, к которой, с присоединением каждого нового звена, прибавляется не полная ширина звена, а *ширина без двойной толщины звена*.

Теперь перейдем к нашей задаче.

Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 дюймов и имеет на 6 звеньев больше ея. Разделив 14 на 6, мы получаем $2\frac{1}{3}$. Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна — полдюйма, — то, следовательно, полная ширина каждого звена $3\frac{1}{3}$ дюйма.

Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из чертежа видно, что если мы отнимем от 36-дюймовой цепи двойную толщину первого

звена, т. е. 1 дюйм, и остальное разделим на $2\frac{1}{3}$, то получим число звеньев в этой цепи:

$$35 : 2\frac{1}{3} = 15.$$

Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи:

$$21 : 2\frac{1}{3} = 9.$$

Решение задачи № 66. — Мешки с мукой.

Прежде всего мельник сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 фунтов, — не что иное, как учтенный вес мешков: ведь в нее вес каждого мешка входит 4 раза. Разделив на 4, узнаем, что все пять мешков вместе весят 289 фунтов.

Теперь для удобства обозначим мешки, в порядке их веса, №№-рами. Самый легкий мешок это — № 1, второй по тяжести — № 2 и т. д.; самый тяжелый мешок — № 5. Нетрудно сообразить, что в ряде чисел: 110 ф., 112 ф., 113 ф., 114 ф., 115 ф., 116 ф., 117 ф., 118 ф., 120 ф., 121 ф. — первое число составилось из веса двух самых легких мешков: № 1 и № 2; второе число — из веса № 1 и № 3. Последнее число составилось из веса двух самых тяжелых мешков № 4 и № 5, а предпоследнее — из № 3 и № 5. Итак:

№ 1 и № 2 вместе весят 110 ф.

№ 1 и № 3 " " 112 "

№ 3 и № 5 " " 120 "

№ 4 и № 5 " " 121 "

Легко узнать, следовательно, сумму весов № 1, № 2, № 4 и № 5: она равна $110 \text{ ф.} + 121 \text{ ф.} = 231 \text{ ф.}$ Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 ф.), получаем вес мешка № 3, именно — 58 фунтов.

Дальше, из суммы веса мешков № 1 и 3, т. е. из 112, вычитаем известный уже нам вес мешка № 3; получается вес мешка № 1: $112 \text{ ф.} - 58 \text{ ф.} = 54 \text{ ф.}$

Точно так же узнаем вес мешка № 2, вычтя 54 ф. из 110 ф., т. е. из суммы веса мешков № 1 и № 2. Получаем; вес мешка № 2 равен 110 ф. — 54 ф. = 56.

Из суммы весов мешков № 3 и 5, т. е. из 120, вычитаем вес мешка № 3, который равен 58 фунтам; узнаем, что мешок № 5 весит 121 ф. — 58 ф. = 62 ф.

Остается определить вес мешка № 4 из суммы № 4 и № 5, т. е. из 121 ф. Вычтя 62 из 121, узнаем, что мешок № 4 весит 59 ф.

Итак, вот вес мешков:

54 ф., 56 ф., 58 ф., 59 ф., 62 ф.

Решение задачи № 68. — Три дочери и два сына.

Начнем с того, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Жени вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени вместе *вчетверо* больше, чем годы Жени. Отсюда прямо следует, что

Надя старше Жени в 3 раза.

Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени вместе есть учетверенный возраст Жени. Следовательно: годы Алеши + удвоенный возраст Жени = 8-кратному возрасту Жени. То есть:

Алеша старше Жени в 6 раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна сумме возрастов Володи и Алеши.

Имея перед глазами табличку:

Лиде — 21 год.

Надя — в 3 раза старше Жени.

Володя — в 2 раза старше Жени,

Алеша — в 6 раз старше Жени, —

мы можем сказать, что 21 год + утроенный возраст Жени = 4-кратному возрасту Жени + 12-кратный возраст Жени.

И: 21 год + 4-кратный возраст Жени = 16-кратному возрасту Жени.

Значит: 21 год = 12-кратному возрасту Жени и, следовательно, Жене $21/12 = 1\frac{3}{4}$ года.

Теперь уже легко определить, что Володе $3\frac{1}{2}$ года, Наде $1\frac{1}{4}$ и Алеше $10\frac{1}{2}$ лет.

Решение задачи № 68. — Две свечи.

Для ясности нарисуем рядом две свечи — толстую, которая может сгореть в 5 часов, и тонкую, которая может сгореть в 4 часа. Заштрихуем те части обеих свечей, которые сгорели, огарки же оставим незаштрихованными. Легко сообразить, что сгоревшая часть тонкой свечи должна составлять $\frac{5}{4}$ сгоревшей части толстой свечи; другими словами, заштрихованный избыток тонкой свечи составляет $\frac{1}{4}$ сгоревшей части толстой свечи. Но в то же время длина этого избытка = $\frac{3}{4}$ длины толстого огарка. Другими словами, мы узнали, что $\frac{3}{4}$ толстого огарка равно $\frac{1}{4}$ сгоревшей части толстой свечи. Значит, $\frac{4}{4}$ его (т. е. весь огарок) составляет $\frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ толстой свечи.



Рис. 73.

Итак, огарок толстой свечи составляет $\frac{1}{3}$ сгоревшей части или $\frac{1}{4}$ всей длины свечи. Сгорело, следовательно, $\frac{3}{4}$ толстой свечи. А так как вся свеча могла сгореть в 5 часов, то $\frac{3}{4}$ ее горело в продолжение $\frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ часа.

Ответ: свечи горели $3\frac{3}{4}$ часа.

Решение задачи № 69.—Девятьсот поклонов.

Каждый ученик или ученица ежедневно раскланивались со всеми остальными школьниками и с учителем. С самим собою, конечно, не раскланивались, зато делали поклон учителю, так что каждый школьник или школьница делали ежедневно столько поклонов, сколько было детей в школе. Значит, все дети вместе делали ежедневно столько поклонов, сколько составит от умножения их общего числа самого на себя.

Итак мы знаем, что 900 — это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно 30. А так как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков.

Проверим это. Девочки делают подругам $19 \times 20 = 380$ поклонов и мальчикам $20 \times 10 = 200$ поклонов. Мальчики мальчикам $9 \times 10 = 90$, девочкам $10 \times 20 = 200$. Итого $380 + 200 + 90 + 200 = 870$ поклонов. Присоединив еще 30 поклонов учителю, имеем ровно 900.

Решение задачи № 70. — Наследство раджи.

Задачу надо решать с конца. Самый младший сын получил столько брильянтов, сколько было сыновей, и еще $\frac{1}{7}$ остальных; но так как остатка никакого не было, то младший сын получил столько брильянтов, сколько было всех сыновей. Далее: предыдущий сын получил брильянтов на один меньше, чем было сыновей, да еще $\frac{1}{7}$ остальных брильянтов. Значит то, что получил самый младший, есть 6 седьмых долей этого „остального“ (а все „остальное“ есть 7).

Отсюда вытекает, что число брильянтов самого младшего сына должно делиться на 6 без остатка. Попро-

буем допустить, что их было 6, и испытаем, подходит ли это число.

Если младший сын получил 6 брильянтов, то, значит, он был шестой сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 брильянтов $+ \frac{1}{7}$ от 7, т. е. $5 + 1 = 6$. Далее: 12 камней есть $\frac{6}{7}$ оставшагося после четвертого сына; полный остаток — 14 камней, и четвертый сын получил $4 + \frac{1}{7}$ от 14 = 6.

Вычисляем остаток после третьего сына: 18 есть $\frac{6}{7}$ этого остатка; значит, полный остаток — 21. На долю третьего сына досталось $3 + \frac{6}{7}$ от 21 = 6.

Точно так же узнаем, что на долю второго и первого сына досталось тоже по 6 камней.

Итак, у раджи было 36 брильянтов и 6 сыновей.

Мы испытали число 6 и нашли, что оно удовлетворяет условиям задачи. Испытав 12, 18 и 24, убедимся, что эти числа не годятся, а больше двух дюжин детей у раджи едва ли могло быть.

Глава восьмая.

Десять задач о земле и небе.

Задача № 71.

Всюду юг!

Существует шуточный рассказ ¹⁾ об одном турке, который будто бы попал однажды в „самую восточную страну“. Турок так описывает эту сказочную страну:

„И впереди восток, и с боков восток. А запад? Вы, может быть, думаете, что он все-таки виден, как точка какая-нибудь, едва движущаяся вдали?... Неправда! И сзади восток! Короче — везде и всюду один нескончаемый восток!“.

Такой страны, которая со всех сторон окружена востоком, конечно, быть не может. Но зато существует такое место на земном шаре, которое отовсюду окружено югом: во все стороны от этого места простирается „один нескончаемый юг“.

Это кажется с первого взгляда невозможным, — а между тем, стоит лишь немного подумать, чтобы понять, что такое необычайное место на земном шаре существует.

В этом замечательном пункте развевается теперь английский флаг, и, я уверен, что вы даже знаете имя человека, который водрузил его.

¹⁾ Кузьмы Пруtkова.

Где же эта точка?

Чтобы помочь вам догадаться, я прибавлю, что там вовсе не жарко, даже не тепло, хотя во все стороны расстилается юг.

Задача № 72.

По телефону.

Между Нью-Йорком и Сан-Франциско устроено (в 1915 г.) телефонное сообщение, так что жители Нью-Йорка, на берегу Атлантического океана, могут переговариваться по телефону с жителями Сан-Франциско, на берегу Тихого океана.

Банки в Сев. Америке открыты с 10 часов утра до 4-х часов дня. В течение скольких часов ежедневно банковские служащие в Нью-Йорке и Сан-Франциско могут вести между собою деловые разговоры по телефону?

Задача № 73.

Где начинаются дни недели?

В воскресенье гости засиделись поздно вечером. „Мне пора уходить, — объявил один, — завтра понедельник, и надо быть рано на службе“.

— Завтра вторник, — с улыбкой поправил его хозяин.

— Что вы? Да ведь сегодня же воскресенье.

— Нет, сейчас уже понедельник: двенадцать часов пробило.

— А, вы вот о чем! Ну, разумеется, раз полночь наступила, значит теперь уже понедельник.

— Не везде, — вмешался другой гость, морской офицер. — Здесь у нас, в Москве — понедельник, но в Петрограде еще воскресенье: там сейчас половина двенадцатого.

— Ну, конечно, — согласился хозяин, — теперь

Понедельник только на востоке от нас: в Нижнем, в Перми, в Красноярске...

— В Красноярске понедельник начался больше 4-х часов назад, — пояснил моряк. — А в Петропавловске понедельник наступил более восьми часов назад. Кстати, как вы думаете: где понедельник начался всего раньше?

— В самом деле! — воскликнул хозяин. — А вот еще интересный вопрос: чем дальше на восток, тем понедельник наступает все раньше. А между тем на запад от нас простирается еще воскресенье. Значит, должна же быть где-нибудь граница между воскресеньем и понедельником: ведь земля круглая. Где же эта граница?

— Там, где начинаются дни недели, — ответил моряк. — Ваш вопрос и мой — один и тот же.

— Я не знаю, как решается эта задача, — заметила дама, — но мне вспоминается интересный рассказ Эдгара Поэ о трех воскресеньях на одной неделе. Два моряка вернулись из кругосветного плавания и сошлись вместе. Один объехал земной шар с запада на восток, другой — с востока на запад; оба сошлись, наконец, в одном пункте в один и тот же день. Но каждый из двух путешественников называл этот день иначе. Тот, который объехал землю с запада на восток, совершил лишний оборот вокруг земной оси; он лишний раз видел восход солнца, и потому в его счете дней оказалось одним больше, чем следует. Он убежден, что воскресенье было вчера, между тем как оно наступило только сегодня. Другой моряк, прибывший с востока и, следовательно, все время двигавшийся против вращения земли, сделал одним оборотом вокруг оси меньше, чем успела за то же время сделать земля; он видел восход солнца одним разом меньше, и в его счете дней одного не хватает: поэтому он убежден, что воскресенье будет только завтра, хотя оно наступило уже сегодня. Вот мы и имеем на одной неделе три воскресенья: вчера, сегодня и завтра...

— Это возможно только в фантастическом рассказе, — ответил морской офицер. — У Жюль Верна, в романе „В 80 дней вокруг света“, герой тоже сбился в счете дней и не подозревал, что он приехал на целые сутки раньше. Впрочем, в старину подобные ошибки были возможны. Со спутниками Магеллана произошел именно такой случай: объехав кругом света, они привезли с собою в Португалию четверг вместо пятницы. Для набожных католиков это был жестокий удар: они, значит, не вовремя справляли праздники и не вовремя исполняли религиозные предписания! Пришлось принести публичное покаяние в Севильском соборе... В наши дни ничего подобного не может случиться.

— Почему же? — раздался голоса.

— Вам станет ясно это, если вы ответите сначала на вопрос: где начинается понедельник?

И в самом деле, читатель: где на земном шаре впервые начинаются дни недели? Где раньше всего происходит смена одного дня другим?

Задача № 74.

Наперегонки с землей.

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек перенять землю, — если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы:

Может ли человек на земле увидеть солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда сказал:

Но, увы, не взойдет
Солнце с запада!

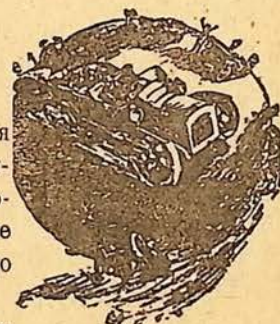


Рис. 74.



Рис. 75.

Рогам лунного серпа — звезда.

Замечаете ли вы, что в изображении турецкого флага есть одна крупная несообразность.

В чем она состоит?

Задача № 75.

Закат солнца.

Посмотрите на изображенный здесь пейзаж — закат солнца — и скажите: правильно ли он нарисован?

В этом рисунке есть одна крупная несообразность, которая должна резко броситься вам в глаза.

Задача № 76.

Турецкий флаг.

Вам, конечно, знаком турецкий флаг. На нем изображен серп молодого месяца, а между



Рис. 76.

Задача № 77.

Задача не шутка.

Где на земле легче всего живется?

Вопрос этот похож на загадку или на задачу-шутку в роде вопросов: „Почему птица летает“ (По чему? По воздуху). Но наш вопрос не совсем такого рода. Если хорошенько подумать, то на него можно дать разумный и вполне обоснованный ответ

Какой?

Задача № 78.

Закат луны.

Вы видите здесь тропический ландшафт с странным изображением лунного серпа у горизонта. Правильно ли нарисована эта картинка? Нет ли здесь какой-нибудь несообразности? (См. рис. 77 на стр. 86).

Задача № 79.

Броненосец.

Броненосец водоизмещением в 20.000 тонн...

Да вы, быть может, не знаете, что такое „водоизмещение“ и что такое „тонна“? Водоизмещением называют вес того количества воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону Архимеда, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то водоизмещение прямо указывает вес самого судна. А „тонна“ — мера веса, около 60 пудов. Когда вы читаете, что судно имеет „водоизмещение в 20.000 тонн“, то это значит, что оно само (или вода, вытесняемая им при плавании) весит 20.000 тонн, т. е. около 1.200.000 пудов.

Итак, броненосец водоизмещением в 20.000 тонн, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна $\frac{4}{1000}$; пудовая гиря из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить уже не пуд, а меньше на 5 с лишним лотов.

Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

Задача № 80.

Пароход и пловец на луне.

На луне все предметы весят в 6 раз меньше, чем на земле, так как луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Пудовая гиря, будучи перенесена на луну, весила бы там всего $6\frac{1}{2}$ фун.: ею мог бы играть ребенок.

Вообразите, что на луне существует озеро, и в нем пресная вода. На это озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах погружается в воду на 18 футов. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде этого лунного озера?

Заодно решите еще задачу: где неумеющий плавать человек скорее может утонуть — в земном озере или в нашем воображаемом лунном?

Решения задач №№ 71—80.

Решение задачи № 71. — Всюду юг!

Место на земле, откуда во все стороны горизонта простирается юг — это... северный полюс! И действительно: ведь северный полюс есть самая северная точка земного шара, и все точки кругом него лежат уже южнее. Когда отважный полярный путешественник Пири в 1912 году водружал в этом пункте английский флаг, он со всех сторон был окружен югом: „везде и всюду нескончаемый юг“

Решение задачи № 72. — По телефону.

Ответ „не 6 часов“, а гораздо меньше, и вот почему. Между Нью-Йорком и Сан-Франциско разница во времени $3\frac{1}{4}$ часа. Когда нью-йоркские банки открываются, —



Рис. 77. Правильно ли нарисована здесь луна

л. е. в 10 часов утра, — тогда в Сан-Франциско еще спят: там без четверти 7 час. утра. И только в четверть второго банковский служащий Нью-Йорка может позвать к телефону своего товарища в Сан-Франциско, где сейчас только открылись двери банка. В 4 часа нью-йоркские служащие уже покидают здание банка, и жители Сан-Франциско не могут вызвать их по телефону, хотя в этом городе всего только без четверти час. Таким образом банки этих двух городов могут разговаривать между собою ежедневно по $2\frac{3}{4}$ часа, хотя открыты в течение 6 часов.

А если бы существовал телефон между Петроградом и Петропавловском, то почти совсем невозможно было бы им пользоваться! Между этими городами разница во времени около 10 часов, так что когда петроградцы бодрствуют, петропавловцы спят, и наоборот. Приходилось бы вставать по ночам, чтобы разговаривать по этому междугородному телефону.

Решение задачи № 73. — Где начинаются дни недели?

В Москве пробило двенадцать — только что наступил понедельник; на запад от Москвы всюду простирается еще воскресенье, а на восток — понедельник. Но на шарообразной земле восток и запад неизбежно должны встретиться; значит — где-то в антиподах должна существовать граница, отделяющая воскресенье от понедельника.

Эта граница существует и в самом деле; она называется „линией даты“ и приблизительно совпадает с меридианом, противоположным гринвичскому; она тянется по водам Тихого океана в виде изломанной линии, точное направление которой определено морскими законами.

На этой-то воображаемой линии, прорезающей безлюдные пустыни Тихого океана, и совершается впервые на земном шаре смена дней недели, месяцев, лет. Здесь как бы помещаются входные двери нашего календаря: отсюда приходит на землю воскресенье и понедельники, январь и февраль; здесь же находится колыбель Нового года. Раньше, чем где бы то ни было на земном шаре, здесь наступает каждый новый день недели; родившись, он бежит на запад, обегает весь земной шар и снова возвращается к месту своего рождения — на этот раз чтобы соскользнуть с поверхности нашей планеты и исчезнуть в вечности.

Среди стран всего мира Россия раньше всех принимает на свою территорию каждый новый день: на мысе Дежнева каждое „воскресенье“, только что родившееся в водах Берингова пролива, вступает в населенный мир, чтобы начать свое шествие через все части света. И здесь же, у восточной оконечности русской Азии, дни умирают, исполнив свою 24-часовую службу.

Некогда император Карл V хвастал тем, что в его владениях не заходит солнце. Мы с большим правом могли бы гордиться тем, что владеем колыбелью нарождающихся дней; в пределах России совершается первая на всей твердой земле смена одного дня недели другим.

Итак, вот где происходит смена дней недели. Что же делают мореплаватели, когда проезжают эту „линию даты“? Чтобы не сбиваться в счете дней, подобно спутникам Магеллана, моряки должны пропускать один день недели, если едут с востока на запад; когда же пересекают линию даты с запада на восток, то дважды считают один и тот же день недели, — т. е. после воскресенья опять празднуют воскресенье. Вот почему невозможна в действительности история, рассказанная Эдгаром Поэ в „Трех воскресеньях на одной неделе“.

Любопытная путаница в днях недели произошла в Аляске в той части Сев. Америки, которая пятьдесят лет тому назад еще принадлежала России (она была уступлена Соединенным штатам при Александре II), „Русские достигли этой страны, путешествуя на восток, а потому оказалось, что когда американцы пришли сюда, двигаясь на запад, их суббота была у русских воскресеньем. Это возбудило вопрос о том, следует ли здешним жителям при чествовании праздников православной церкви придерживаться старого или нового счета дней. Вопрос был отослан на разрешение Синода в Петрограде и, наконец, Струве, директора Пулковской обсерватории, главного астрономического учреждения республики. Струве высказался в пользу американского счета, и соответственно этому было сделано изменение“¹⁾.

Решение задач № 74. — Наперегонки с землею.

Перегнать землю в ее суточном движении вокруг оси вполне возможно на современном гоночном автомобиле, пробегающем свыше 200 верст в час (28 саж. в секунду). Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 220 сажен в секунду; невозможно это даже и на широте Петрограда (60°), где движение точек земной поверхности совершается со скоростью 110 сажен в секунду. Но это вполне возможно уже на 83 широте и более. Здесь автомобилист, мчащийся в своем моторе с востока на запад, может увидеть повторение чуда Иисуса Навина: для него солнце будет неподвижно висеть на небе, не приближаясь к закату²⁾.

¹⁾ Проф. Ньюком: „Астрономия для всех“.

²⁾ Человек может обогнать землю и пешком — в 50-ти верстах от полюса.

Земля, вечно, продолжает вращаться, но автомобилист будет ехать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по отношению к солнцу будет оставаться неподвижным.

При еще большей скорости автомобилист мог бы перегнать землю и увидеть новое чудо: солнце, восходящее не с востока а с запада! Земля под колесами автомобиля буде вращаться попрежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет вращаться в пространстве с востока на запад.

Решение задачи № 75. — Закат солнца.

Грубая изображение рисунка состоит в том, что лунный сер обращен своею выпуклою стороною не к солнцу, а от солнца. Ведь луна освещается солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своею неосвещенною стороною...

„Большинство живописцев, — замечает по этому поводу известный французский астроном Фламарион, — не знают еще этого, потому что не проходит года, чтобы в Парижском Салоне не появлялось большого числа лун в обратном положении“.

Решение задачи № 76. — Турецкий флаг.

Явная необразность турецкого флага заключается в том, что звезда на изображении слишком близко придвинута к лунному серу. В таком положении луна звезда на небе не могут быть. Ведь луна не прозрачна, сквозь нее нельзя видеть звезды; значит, никакая звезда не может сиять внутри круга луны.



Рис. 76.

На рисунке показано, как должн быть расположены лунный серп и звезда, чтобы картина была согласна с действительностью. Надо отодвинуть звезду от наружного края серпа больше, чем на целый переречник луны. А между тем, на турецком флаге звезда сияет между рогами месяца!

Решение задачи № 77. — Задача не-шутка.

Из всех мест земного шара легч всего живется, конечно, на экваторе, — потому что там все предметы становятся легче.

Паровоз, весящий в Москве 10.00 пудов, становится по прибытии в Архангельск на 10 удов тяжелее, а в Одессе — на столько же легче.

Кто же похищает эти 10 пудов веса паровоза? Главным образом, похищает их центрифугальная сила; она уменьшает вес всякого тела близ экватора на $\frac{1}{290}$ долю по сравнению с весом того же тела у полюсов. А так как земной шар у экватора немног вздут, т. е. поверхность земли там немного дальше от центра планеты, то это еще немного уменьшает вес предметов близ экватора. В общей сложности, потеря веса на экваторе достигает $\frac{1}{200}$ долю по сравнению с весом того же тела на полюсе.

На этом основании какой-то затник объявил однажды, что он знает способ вполне законно и честно обвешивать покупателей. Секрет состоял в том, чтобы покупать товары в экваториальных странах, а продавать их поближе к полюсам. Один фунт, будучи перенесен с экватора на полюс, прибавится в вес почти на ползолотника, — если только пользоваться для взвешивания не

обыкновенными весами, а пружинными (и при том непременно своего, „южного“ изготовления); иначе, конечно, никакой выгоды не получится. (На весах с гириами товар станет тяжелее, — но настолько же тяжелее сделаются и гири).

Едва ли можно разбогатеть на такой торговле, — но по существу шутник прав, так как тяжесть действительно увеличивается с удалением от экватора, где „всего легче живется на свете“.

Решение задачи № 78. — Закат луны.

Как ни странно, но лунный серп изображен на рисунке совершенно верно. Это *тропический* ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа резко отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей луны — влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе *горизонтально*.

Происходит это вот почему. В наших странах солнце и луна (вообще — все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным кругам; поэтому вечером солнце, освещающее луну, находится под горизонтом в *косом направлении*: оно освещает луну справа или слева, и серп обращен вправо или влево. На экваторе же светила движутся по отвесным дугам; солнце, освещающее луну, расположено под горизонтом не направо или налево от нея, а *внизу ее*; луна освещается *снизу*, и вот почему лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на нашем рисунке.

Кто живет на юге России — в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, — тот заметил, вероятно, что серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на нашем рисунке. Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

Решение задачи № 79. — Броненосец.

Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец делается на $\frac{4}{1000}$ легче. Но ровно на столько же делается легче и вода: она тоже весит близ экватора на $\frac{4}{1000}$ меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца во все время плавания остается одно и то же: 20.000 тонн.

Решение задачи № 80. — Пароход и пловец на луне.

Пароход сделался бы на луне в 6 раз легче, — но это вовсе не значит, что он будет гораздо мельче сидеть в лунном озере. Не надо забывать, что и вода должна была бы на луне весить в шесть раз меньше, чем на земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда); следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода: он будет сидеть в воде на те же 18 футов.

Точно так же ничто не изменится и для пловца: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. Следовательно, пловучесть человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.

Глава девятая.

Фокусы и игры.

Задача № 81.

Отгадчик.

Этот мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас двугривенный. Делает он это так.

— Возьмите, — говорит он вам, — в одну руку двугривенный, а в другую пятак.

Когда вы это сделали, он продолжает:

— Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось ли четное, или же нечетное число.

— Четное, — отвечаете вы, например.

— Двугривенный в левой руке, — тотчас же объявляет он, и всегда угадывает безошибочно.

Почему?

Задача № 82.

Арифметический фокус.

Хозяин просит одного из своих гостей написать на листке бумаги любое число из трех цифр.

— Но не показывайте мне, а прямо передайте ли-

сток своему соседу. Вы же, — обращается хозяин к этому соседу, — припишите к числу справа снять то же число. У вас получится длинное число из 6 цифр. Сделали? Передайте листок дальше.

— Что прикажете мне делать с этим шестизначным числом? — спрашивает третий участник фокуса.

— Разделите его на 13.

— А если не разделится?

— Разделится без остатка, говорю заранее.

— Но ведь вы даже не знаете, какое у меня число! — возражает гость. — На 13 делится не всякое число.

— Попробуйте разделить, увидите.

Гость недоверчиво приступает к делению; действительно — число разделилось без остатка.

— Не говорите мне, сколько получилось, а передайте листок дальше, своему соседу, — говорит хозяин. — Вася попросу полученное число разделить на 11.

— А что делать с остатком?

— Остатка не будет.

И в самом деле: остатка не получается.

— То число, которое у вас получилось от деления, передайте дальше, и попросите соседа разделить его на 7, — продолжает распоряжаться хозяин.

— Неужели опять разделится без остатка? — недоумевает сосед.

— Я в этом уверен, — отвечает хозяин. — Разделили? Будьте добры теперь написать результат на отдельной бумажке и передайте эту бумажку мне.

Затем хозяин, не заглядывая в бумажку, передает ее тому гостю, который задумал число.

— Вот число, которое вы написали. Правильно?..

— Верно! — изумляется гость. — Но откуда вы знаете? Ведь вы не видели ни моего числа, ни этого?

И в самом деле, откуда он мог знать?

Задача № 83.

Карточный фокус.

Трудно самому угадать задуманную карту, и казалось бы, еще труднее заставить другого угадывать. Но вот простой способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика задуманной вами карты.

Из колоды игральных карт вы берете одну карту, — допустим, валета пик, — кладете ее на стол, никому не показывая, и уверяете собеседника, что он может отгадать эту карту.

Он, конечно, заявляет, что не обладает подобным даром, — но вы, не смущаясь, приступаете к делу. Между вами и им происходит такой разговор (напоминаем, что карта, лежащая на столе, — валет пик).

Вы начинаете:

— Есть четыре масти. Будьте любезны назвать из них две, какие угодно.

— Бубны и пики, — отвечают вам.

— Из этих двух укажите одну.

— Пусть бубны.

— Значит, остаются только пики. Далее: в колоде имеется туз, король, дама, валет, девятка и десятка. Выберите из этих шести карт три.

— Король, дама и девятка, — наобум отвечает ваш собеседник.

— Остаются, следовательно, туз, валет и десятка. Выберите из них две карты.

— Туз и валет.

— А теперь укажите из них одну.

— Ну, туз.

— Остается, значит, только валет. Вот он!

И вы торжествующе переворачиваете карту: масть и название угаданы!

Ваш собеседник в недоумении; он не понимает, каким образом угадал карту...

В чем же секрет?

Задача № 84.

Что получится?

Вырежьте из газеты ленту в вершок шириною и в аршин или полтора длиною. Концы этой ленты склейте, в кольцо, — но не просто, а предварительно *закрутив ленту по длине два раза*.

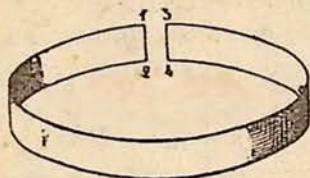


Рис. 79.

Вот как это надо сделать. На рисунке 79-м углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала угол 3-й оказался не вверху, против угла 1-го, а внизу, против угла 2-го, а затем заверните тот же конец еще раз, чтобы угол 3-й пришелся снова вверху против угла 1-го. В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 80), — и у вас все готово для фокуса.

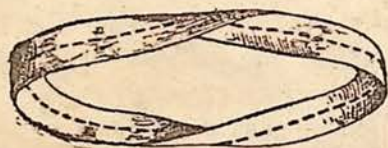


Рис. 80.

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

— Что получится, если ленту разрезать вдоль по середине?

Всякий ответит вам, что из одного кольца получатся два — ничего другого и ожидать нельзя.

Но получится нечто неожиданное. Как вы думаете, что?

Задача № 85.

Еще неожиданнее!

Еще неожиданнее будет то, что получится при разрезывании другого бумажного кольца, склеенного несколько иным образом. А именно: конец ленты закручивают, как и раньше, но *не два раза, а один раз*. (Угол 3-й при склеивании придется против угла 2-го).

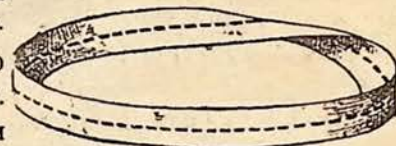


Рис. 81.

Как вы думаете, что получится, если разрезать такую ленту вдоль по середине (рис. 81)?

Испытайте — результат поразит вас!

Задача № 86.

Игра в 32.

В эту игру играют вдвоем. Положите на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем другой берет себе, сколько хочет, — но тоже не более 4-х спичек. Потом опять первый берет не свыше 4-х спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выигрывает.

Игра очень простая, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, — если только правильно рассчитает, сколько ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как он должен играть, чтобы наверняка выиграть?

Задача № 87.

То же, но наоборот.

Игру „в 32“ можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а наоборот, считается проигравшим. Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

Задача № 88.

Игра в 27.

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя партнерами и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется *четное число спичек*.

И тут начинающий игру имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет. В чем состоит здесь секрет беспроигрышной игры?

Задача № 89.

На иной лад.

При игре в 27 можно поставить и обратное условие: чтобы считался выигравшим тот, у кого после игры окажется *нечетное число спичек*.

Каков должен здесь быть способ беспроигрышной игры?

Задача № 90.

Четыре спички.

Расположите 4 спички так, чтобы получилась римская цифра VII.

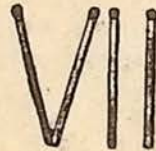


Рис. 82.

Теперь нужно переместить положение одной спички — и перед вами будет уже не „семь“, а всего только „один“. Как это сделать?

Решения задач №№ 81—90.

Решение задачи № 81. — Отгадчик.

Когда вы удваиваете или утраиваете четное число, вы всегда получаете в результате тоже четное число. Другое дело с нечетным числом: при удвоении оно становится четным, но при утроении — остается нечетным. Двугривенный, следовательно, дает четное число и при удвоении и при утроении; пятак же дает четное только при удвоении; утроенный он дает число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим *четное*, а складывая четное и нечетное, получим *нечетное число*.

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит пятак был удвоен, а не утроен, — т. е. находился в *правой* руке.

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что пятак подвергся утроению и, следовательно, находился в *левой* руке.

Решение задачи № 82. — Арифметический фокус.

Секрет фокуса кроется в том, что второй гость, приписывая к задуманному трехзначному числу то же число, умножил его на 1001, сам того не подозревая. Действительно: если, например, первый гость задумал число

873

то у второго гостя получилось число

873873.

Но ведь это не что иное, как

$$873000 + 873, \text{ т. е. } 873 \times 1001.$$

А число 1001 — замечательное число: оно составляется из умножения $7 \times 11 \times 13$.

Неудивительно поэтому, что хозяин уверенно предлагал делить такое шестизначное число сначала на 13, потом на 11, потом на 7.

Разделить последовательно на 13, на 11 и на 7 — все равно, что сразу разделить на $13 \times 11 \times 7$, т. е. на 1001.

Итак, второй гость умножил задуманное число на 1001, а три следующих гостя постепенно разделили полученное им число на 1001. Вот почему в результате снова получилось задуманное число.

Решение задачи № 83.

Этот курьезный фокус, в сущности, прост до смешного. Его разгадка ясна хотя бы, например, уже из того, что если бы на последний вопрос вам ответили не „туз“, а прямо „валет“ — успех угадывания был бы не менее блестящий. Вообще, весь секрет фокуса вот в чем: сообразно с тем, что вам нужно, вы *сосредоточиваете внимание собеседника либо на тех картах, которые он назвал, либо же на тех, которые остались*. А так как задуманная карта непременно должна оказаться либо среди названных, либо среди оставшихся, то несколько не удивительно, что собеседник ваш всегда „угадывает“ безошибочно.

Разумеется, когда вы проделаете этот фокус подряд пять-шесть раз, ваша уловка будет раскрыта. Но если не злоупотреблять недогадливостью слушателей, то можно поставить втупик самого находчивого человека.

Решение задачи № 84. — Что получится?

Получатся два кольца, — но продетые одно в другое, как звенья цепи.

Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, вы опять получите по два кольца, продетые одно в другое.

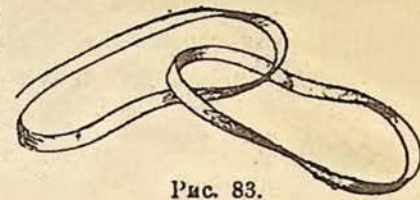


Рис. 83.

Решение задачи № 85. — Еще неожиданное.

При разрезывании этого кольца вдоль получится, вопреки всем ожиданиям, не два кольца, а... одно, вдвое больше!

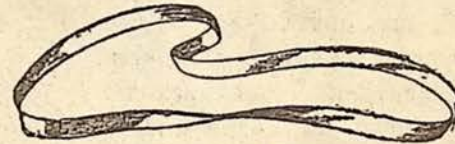


Рис. 84.

Наша изогнутая лента, обладающая

столь удивительным свойством не удваиваться при разрезывании, называется в геометрии „поверхностью Мебиуса“, по имени знаменитого математика прошлого века.

Другая замечательная особенность нашего кольца состоит в том, что у него нет „лицевой стороны“ и „изнанки“; „лицо“ ленты постепенно переходит в „изнанку“, так что невозможно указать, где кончается одна сторона и начинается другая. Если бы вы пожелали, например, покрасить одну сторону нашей бумажной ленты, скажем, в красный цвет, а другую оставить некрашенной, — то не могли бы выполнить этого: у нашей ленты нет двух сторон — она вся одно-сторонняя!

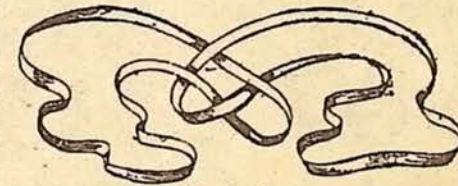


Рис. 85.

Но вернемся к разрезыванию нашей ленты. Если, разрезав ее вдоль и получив одно кольцо, вы разрежете новое кольцо, у вас получится на этот раз два кольца:

Однако, разнять их вы не сможете: они запутаны одно в другом сложным гордиевым узлом, который можно рассечь только ножницами (рис. 85 см. на стр. 103).

Решение задач № 86. — Игра в 32.

Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию *с конца*. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, — то выиграш для вас обеспечен; партнер не может взять больше 4-х спичек, и, следовательно, вы можете за ним взять все остальное. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли предпоследним ходом оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо предшествующим ходом оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6, — и вы всегда сможете оставить ему 5. Далее: как достичь того, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по 5, мы узнаем, что на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее 25 спичек, и наконец, в первый раз — 30 спичек, — т.-е. начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички; затем, — после того, как партнер взял несколько спичек — берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 15, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда останется за вами.

Решение задачи № 87. — То же, но наоборот.

Если условие игры обратное, — т.-е. взявший последнюю спичку считается *проигравшим*, — то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек; то-

гда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не может оставить вам меньше 2 и больше 5, т.-е. вы во всяком случае сможете следующим ходом последнюю спичку оставить ему. Но как привести к тому, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого надо предшествующим ходом оставить на столе 11 спичек, а еще более ранними ходами — 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете всего 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете вашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек, последняя спичка неизбежно достается противнику.

Решение задачи № 88. — Игра в 27.

Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в 32.

Надо исходить из следующих двух соображений.

1) Если у вас перед концом партии *нечетное* число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, — и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле — следующим ходом противник оставит вам 4, 3, 2 или 1 спичку; если 4 — вы берете 3, и выигрываете; если 3 — вы берете их, и выигрываете; если 2 — вы берете 1, и выигрываете.

2) Если же перед концом игры у вас оказывается *четное* число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или 7 спичек. В самом деле: проследим, как пойдет дальнейшая игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете 1 и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику 5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, вы берете 4, и выигрываете. Если оставит 4 — вы их берете, и выигрываете. Если оставит 3 — вы берете 2, и выигрываете. Наконец, если оставит 2, — вы выигрываете. Меньше 2 он оставить не может.

Теперь уже нетрудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, что вы должны, имея у себя *нечетное* число спичек, оставлять противнику на столе такое число их, которое на 1 меньше кратного 6, — т.-е. 5, 11, 17, 23; имея же *четное* число спичек, вы должны оставить противнику на столе число, кратное 6, или на 1 больше, — т.-е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек 2 или 3, а в дальнейшем поступать согласно предыдущему. Так ведя игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику выхватить у вас нить игры.

Решение задачи № 89. — На иной лад.

Если условие игры обратное, и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея *четное* число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6; имея же *нечетное* число, — оставляйте ему кратное 6 или на 1 больше. Это неизбежно должно привести вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете 0 спичек (т.-е. как бы четное число); поэтому первым ходом вы берете 4 спички, оставляя противнику 23.

Решение задачи № 90. — Четыре спички.

Вот решение задачи.

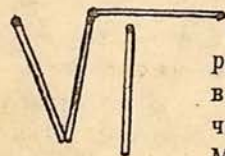


Рис. 86.

Оно означает $\sqrt{1}$ — „корень квадратный из единицы, т.-е. такое число, которое, будучи умножено само на себя, дает в результате единицу. Что же это за число? Конечно, единица. Ведь даже Митрофанушка из „Недоросля“ знал, что „единожды один — один“.

Глава десятая. Геометрические силуэты.

Занимательная игра, о которой мы сейчас будем говорить, имеет очень древнее происхождение. Она еще древнее, чем шахматы, хотя гораздо менее известна. Четыре тысячи лет тому назад она возникла в Китае; впрочем, первоначально она служила там не для игры, а, вероятно, для обучения. В наши дни это занятие, несколько видоизмененное, может служить занимательным развлечением.

Игра заключается в том, что складывают из определенных геометрических фигур, „танграмов“, бесчисленное множество всевозможных силуэтов. „Танграмы“ названы так оттого, что их придумал, по преданию, некий китаец Тан. Они вырезаются из черного картона и представляют собою части квадрата, разделенного известным образом.

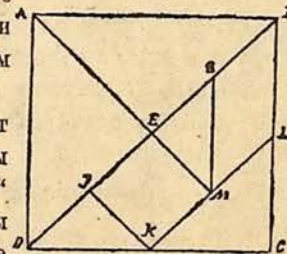


Рис. 87.

Вот как надо разрезать квадрат (рис. 87). Сначала соедините углы B и D , т. е. проведите „диагональ“ BD . Затем соедините середины сторон BC и DC , т. е. проведите линию KL . Точку A соедините с серединою KL , т. е. с точкою M , а точку M соедините с G , т. е. с серединою EB . Затем K соедините с I (серединою DE).

Теперь на квадрате проведены все нужные линии, и вы можете вырезать по ним танграммы. У вас получатся следующие геометрические фигуры:

5 треугольников (2 больших, 1 средней величины и 2 маленьких); 1 квадрат и 1 параллелограмм.



Рис. 88.

Чтобы привыкнуть к обращению с танграммами, смешайте эти семь фигур и попробуйте, не глядя на чертеж, сложить из них тот квадрат, из которого они получились. Едва ли это удастся вам сразу. Но все же не сдавайтесь, а терпеливо ищите решения. Добившись его, перейдите к решению следующих „танграмных“ задач.

Танграмные задачи состоят в том, что из 7 упомянутых фигур необходимо составить определенный силуэт, при чем 1) нельзя класть один танграм на другой, хотя бы кончиком, 2) для каждого силуэта должны быть использованы все 7 танграммов, ни одним более и ни одним менее.

Вы найдете среди прилагаемых силуэтов довольно характерные и удачные изображения, — несмотря на простоту и угловатость контура. Недаром танграмными изображениями увлекались художники (Густав Доре), а Наполеон I в своем невольном уединении целые часы говорил, проводил за этой „китайской головоломкой“.

Задача № 91.

„Игра на бильярде“:

Вы видите здесь геометрические силуэты двух игроков, склонившихся над бильiardным столом. Каждый силуэт — и игроков и бильiardного стола —



Рис. 89.

сложен исключительно из танграммов; и в состав каждого из этих трех силуэтов вошли все 7 танграмных фигур.

Можете ли вы указать, как эти фигуры сложены?

Задача № 92.

„Оркестр“.

В нашем оркестре из 7 танграммов сложены и барабанщик (направо), и пюпитр возле него, и контрабасист,



Рис. 90.

и его контрабас, и толстый трубач, и пианист, сидящий за роялем и, наконец, самый рояль.

Как же составлены эти силуэты?

Задача № 93.

„Восемь силуэтов“.

Сложите ряд танграмных фигур на таблице 91; они изображают силуэты: петуха, пастора, нищего, девушки, коровы, кошки, собаки и мыши.



Рис. 91.

Задача № 94.

Еще шесть силуэтов.

Попробуйте сложить из танграмов нарисованные здесь 6 геометрических силуэтов: барышни, сидящей на траве дамы, смотрящейся в зеркало; головы в шляпе, Наполеона и два силуэта краснокожих индейцев.

Задача № 95.

Где ошибка?

На таблице 93-й собраны такие танграммные силуэты:

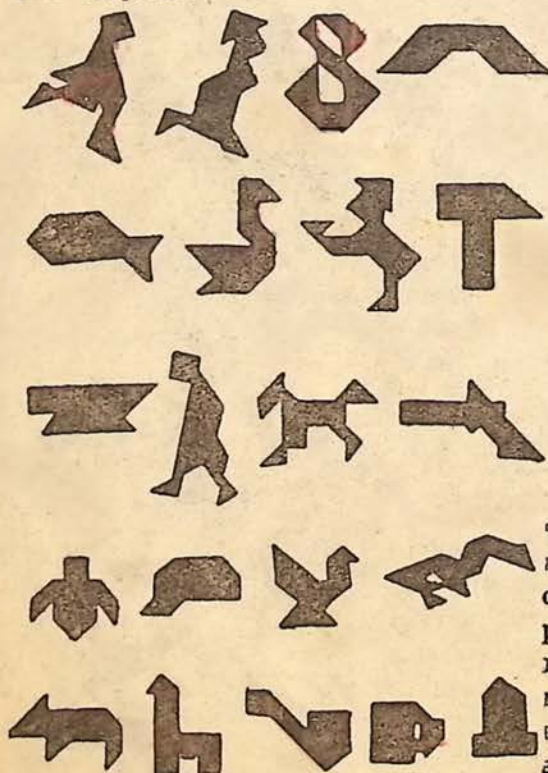


Рис. 93.

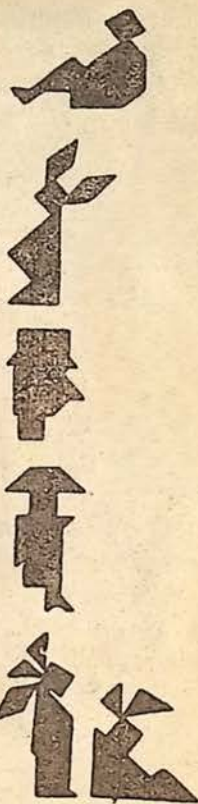


Рис. 92.

Бегущий мужчина, бегущая женщина, галстук, мостик, рыба, лебедь, человек с чашей, молоток, накопальня; человек, заложивший руки в карманы;

лошадь, револьвер, рубашка, шапка, курица, гусь, поросянок, кресло, курительная трубка, кружка, могильный памятник.

Одна из этих фигур изображена здесь неправильно: в таком виде, как она нарисована, ее невозможно сложить из танграмов.

Укажите же эту единственную фигуру на нашей таблице, которая не может быть построена из танграмов.

Задача № 96.

Откуда взялась нога?

Вот два силуэта, сложенные из танграмов. Вы видите, что у одного силуэта есть нога, у другого нет. Между тем, обе фигуры построены из одних тех же семи танграмов!

Откуда же взялась нога у правой фигуры?



Рис. 94.

Задача № 97.

24 силуэта.

Собранные на таблице 95-й силуэты (см. следующую 112 страницу) изображают:

даму у зеркала, дом, мужскую фигуру, голову янки, горящую свечу, пожилую даму, молодую худощавую даму, кошку, журавля, автомобиль, зайца, страуса, кенгуру, сидячую фигуру, всадника на лошади, даму с сумочкой, молящегося мужчину, граммофон, парусную яхту, голландскую девушку, паровоз с тендером, монаха на молитве и кланяющегося мужчину.

Как составлены все эти фигуры?



Рис. 95.

Задача № 98.

Самая крупная фигура.

Если вам удалось составить все или некоторые изображенные выше силуэты, ответьте на вопросы:

Какая из всех составленных вами фигур имеет самую большую площадь? Какая из них имеет наименьшую площадь?

Задача № 99.

Размеры танграмов.

Всмотритесь внимательнее в те 7 танграмных фигур, которые помогли вам составить так много разнообразных силуэтов, и попробуйте ответить на вопрос:

Во сколько раз площадь каждой танграмной фигурки меньше площади того квадрата, из которого они были вырезаны?

Задача № 100.

На две части.

Сложите из танграмов квадрат и затем разделите его на две такие части, чтобы одна была в 7 раз больше другой по площади.

Решения задач №№ 91—100.

Решение задачи № 91. — Игра на бильярде:



Рис. 96.

Решение задачи № 92. — Оркестр.

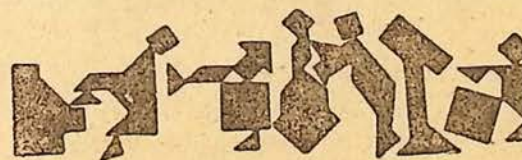


Рис. 97.

Всех задачи.

Решение задачи 93. — Восемь силуэтов:

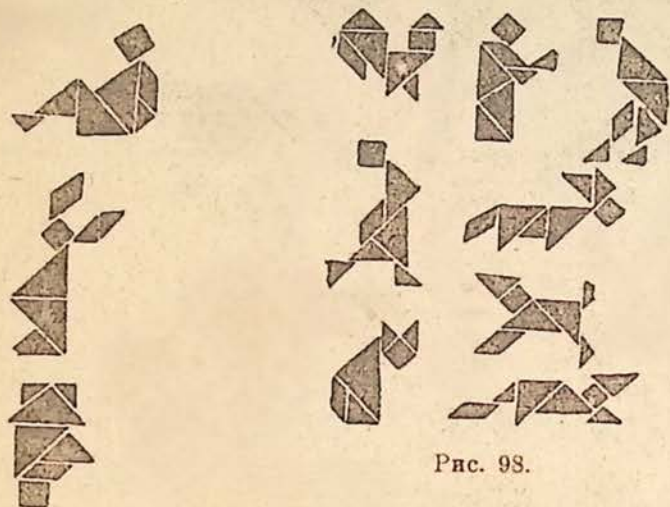


Рис. 98.

Решение задачи № 94. — Еще шесть силуэтов.

Способ сложения силуэтов показан на приложенных чертежах (рис. 99).

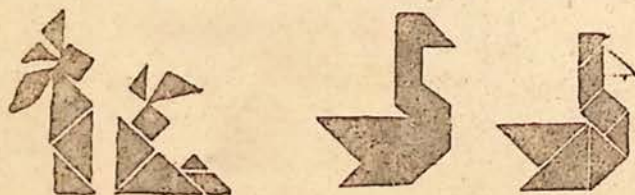


Рис. 99.

Рис. 100.

Решение задачи № 95. — Где ошибка?

Все фигуры, изображенные на таблице 93-й, можно сложить из танграмов (см. таблицу стр. 115-й), — за исключением одной — лебедя. Здесь, на рис. 100 показано, какие очертания имеет фигура лебедя, если ее правильно составить из танграмов.

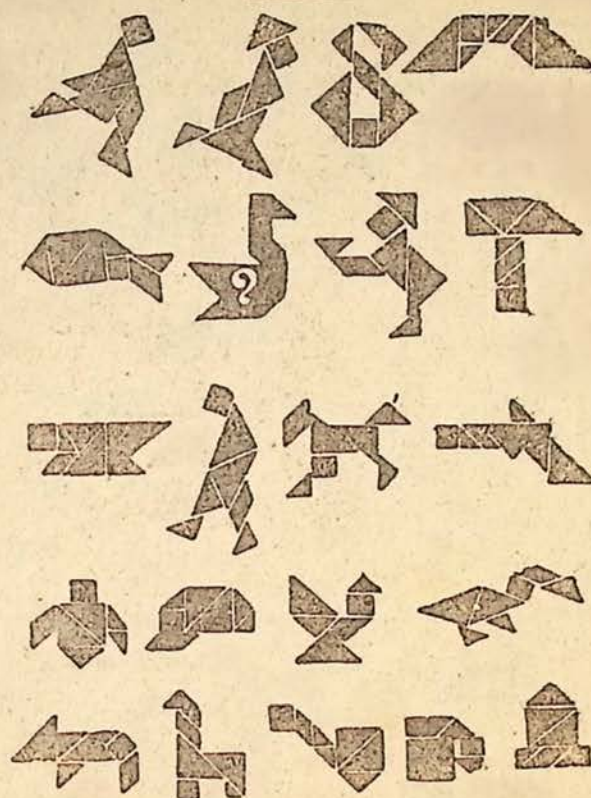


Рис. 101.

Решение задачи № 96. — Откуда взялась нога?

На прилагаемом чертеже наглядно показано, как составлены обе фигуры:

Первая, безногая фигура чуть-чуть толще второй, — именно на узкую полоску, отрезаемую линией AB . Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой „ноги“ в точности равна упомянутой избыточной полоске.

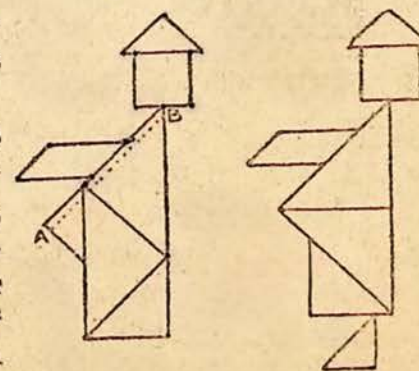


Рис. 102.

Решение задачи № 97. — 24 силуэта.

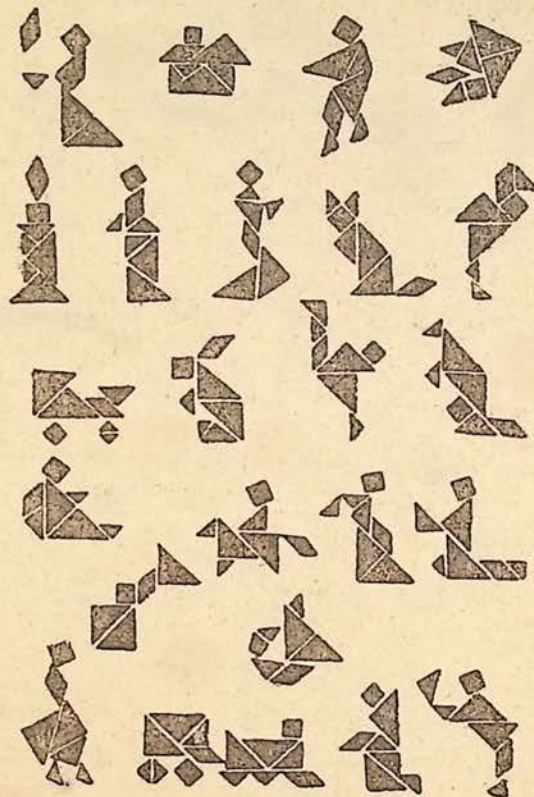


Рис. 103.

Решение задачи № 98. — Самая крупная фигура.

Все силуэты имеют одинаковую площадь, так как составлены из одних и тех же частей. Как бы ни различались между собою силуэты, все они представляют собою видоизменения первоначального квадрата и, конечно, равны ему по площади.

Решение задачи № 99. — Размер танграмов.

Каждый из больших треугольников составляет по площади $\frac{1}{4}$ квадрата; средний треугольник вдвое меньше и, следовательно, составляет $\frac{1}{8}$ долю квадрата. Каждый из маленьких треугольников вдвое меньше среднего и, значит, площадь каждого $= \frac{1}{16}$ доле площади квадрата.

Параллелограмм и квадратик можно составить из двух маленьких треугольников; следовательно, каждая из этих фигур $= \frac{1}{8}$ площади первоначального квадрата.

Решение задачи № 100. — На две части.

Составив квадрат из 7 танграмов, отодвиньте средний треугольник: этим вы разделите первоначальный квадрат на две части, из которых меньшая составляет $\frac{1}{8}$ всего квадрата, а большая — $\frac{7}{8}$. Следовательно, одна часть в 7 раз больше другой по площади.

Задача № 1.

Дар императора.

Древне-римское сказание.

(Вольный перевод с латинской рукописи.)

Римский полководец Теренций отличился во время похода и с триумфом вернулся в Рим. Он немедленно попросил допустить его на прием к императору. Император ласково принял его, сердечно поблагодарил за услуги Империи, прибавив, что желал бы наградить славного воина и дать ему высокое положение в сенате.

Но Теренций ответил:

— Господин мой! Я одержал много побед, чтобы доставить моему императору могущество: и если бы у меня была не одна, а много жизней, я принес бы их все в жертву твоему величию. Но я устал воевать. Кровь бежит уже не таким быстрым потоком в моих жилах, как прежде. Я хотел бы отдохнуть в доме моих предков и насладиться домашними радостями...

Император спросил:

— Чего бы желал ты, Теренций?

— Прошу снисхождения, господин мой! За многие лет, ень изо дня покрывая меч свой кровью, я не успею приобрести туго набитого кошелька. Повелитель, я беден

Император воскликнул:

— Продолжай, Теренций. Почему же ты умолк?

— Я выскажусь, господин мой. Если ты хочешь возпятградить твоего скромного слугу, пусть награда твоя поможет ему цожить жизнь в мире педле домашнего очага. Я не ишу высокого положения во всемогущем сенате; я хотел бы удалиться от жизни общественной, но мне нужно есть. Господин мой, дай мне такие деньги, которые обезпечили бы меня на всю жизнь!

История говорит, что император не был щедр к своим подданным. Он любил деньги и скупно тратил их на нужды своего народа.

— А какую сумму, Теренций, считаешь ты необходимой для себя?

— Большую тысячу (миллион) динариев.

Император задумался. Полководец стоял, опустив голову, и ждал. Наконец, император заговорил:

— Доблестный Теренций, ты великий воин, и славные подвиги твои всеми оценены по достоинству. Ты оказал империи громадные услуги. Я дам тебе награду. Ты получишь богатство. Приходи завтра в полдень и выслушай мое решение.

Полководец поклонился и ушел.

Наступил следующий день. Теренций явился во дворец и предстал пред императором.

— Привет тебе, славный Теренций! — сказал властитель.

Воин смиренно наклонил голову.

— Я пришел, господин мой, чтобы узнать твое решение. Ты обещал вознаградить меня.

Император ответил:

— Я не хочу, чтобы благородный воин получил жалкую награду за свои заслуги. Выслушай же меня. В казначействе лежит 5.000.000 медных брассов. Теперь внимай моим словам. Ты войдешь в казначейство, возьми одну монету в руки, вернешься сюда и положишь ее к моим ногам. Затем снова пойдешь в казначейство

возьмешь монету, равную двум брассам, и положишь ее рядом с первой. В третий раз принесешь монету, стоящую четыре брасса; в четвертый раз — стоящую восемь, в пятый — стоящую шестнадцать, и так далее, все удваивая стоимость монет. Ты будешь входить в казначейство раз в день, и я прикажу ежедневно изготавливать для тебя монеты надлежащей величины. Так будешь продолжать выносить деньги, пока у тебя хватит сил поднимать монеты. Никто не должен помогать тебе; ты должен пользоваться лишь своими собственными силами. И когда заметишь, что ты уже не в силах поднять монету — остановись; наш уговор кончится, но все монеты, которые удалось тебе вынести из казначейства, навсегда останутся в твоих руках и будут твоей наградой.

Как жаждущий в пустыне впивает влагу, впивал полководец каждое слово императора. Ему казалось, что он без труда вынесет огромное множество монет.

Несколько мгновений он размышлял; потом улыбнулся и ответил:

— Я вполне доволен. Ты поистине щедр, император!

Здесь мы прервем пока историю Теренция и спросим читателя: действительно ли император был так щедр, как думал полководец?

Решение задачи № 101. — Дар императора.

Начались странствия Теренция в казначейство.

Оно помещалось шагах в пятидесяти от приемной залы императора, и на первые свои переходы Теренцию пришлось затратить весьма немного усилий.

В первый, второй, третий, четвертый, пятый, шестой и седьмой день он пришел с монетами, заменявшими



Рис. 104.
Первый день.



Рис. 106.
Девятая монета
(вес — 4,9 фун-
та).

один, два, четыре, восемь, шестнадцать, тридцать два и шестьдесят четыре брасса. Из них первая весила менее двух золотников и имела в поперечнике $1\frac{1}{8}$ дюйма. После седьмого перехода монета достигла уже четырех с половиной дюймов в поперечнике, а вес ее возрос до $1\frac{1}{8}$ фунта.

Ни малейшего признака усталости не замечалось в лице полководца, который был очень доволен великодушным решением императора.

На девятый день он принес монету, равную 256 брассам; она достигала в поперечнике почти 8 дюймов и весила около 5 фунтов (4,9).

На одиннадцатый день Теренций вынес монету шириною в 11 дюймов, весившую около 20 фунтов. До сих пор император смотрел только приветливо, теперь же на лице его отразилось удовольствие: бедный воитель совершил уже одиннадцать переходов, но приобрел немногим больше тысячи медных брассов.

Тринадцатый день доставил Теренцию монету, рав-



Рис. 105.
Седьмая монета
($1\frac{1}{8}$ ф.).



Рис. 107.
Одиннадцатая монета
(вес — 19,6
фунта).

ную 4.096 brassам; она имела в ширину 18 дюймов и весила около 2 пудов.

— Славный Теренций, ты наверно утомился? — с тревогой заметил ему император.

— Нет, повелитель, — мрачно ответил полководец, отирая пот со лба.

На следующее утро он снова пошел к сундукам казначейства.



Рис. 108.
Тринадцатая монета.



Рис. 109.
Пятнадцатая монета.

Пятнадцатая ноша показалась уже весьма тяжелой. Теренций медленно плелся к императору: он нес монету стоимостью в 16.384 brassа, весившую $7\frac{3}{4}$ пуда (314 фунтов). Поперечник этой монеты достигал целого аршина.

На шестнадцатый день полководец шатался под ношей, лежавшей у него на спине. Это была монета, которая стоила 32.768 brassов и весила $15\frac{1}{2}$ пудов.

Теренций казался истощенным.

Император улыбался...

Когда Теренций явился в следующий раз, громкий смех наполнил залу. Полководец не мог уже нести своей ноши. Огромная монета, соответствовавшая на этот раз

65.536 brassам, имела 45 дюймов в диаметре и весила 31 пуд. Теренций с трудом вкатил ее в приемный зал дворца.



Рис. 110.
Шестнадцатая монета
(вес— $15\frac{1}{2}$ пудов).



Рис. 111.
Семнадцатая монета
(31 пуд).



Восемнадцатый день оказался последним: на этот раз храбрый воин должен был превратить свое копьё в рычаг, чтобы катить исполинскую монету, имевшую $3\frac{1}{2}$ аршина в поперечнике и весившую 62 пуда. Она представляла собой сумму в 131.072 brassа, — состояние довольно значительное.

Теперь Теренций был совершенно измучен. Он едва докатил исполинскую монету к ногам императора, и тут тяжелая масса с грохотом упала на пол.

— Не могу больше! Довольно... — прошептал Теренций.

Рис. 112. Восемнадцатая монета.

Император сидел на своем парадном троне, едва подавляя смех удовольствия при мысли об успехе своего плана. Он приказал казначею исчислить стоимость всего количества монет, которые покрытый пбтом полководец принес из сундуков казначейства.

Казначей исполнил поручение и сказал:

— Победоносный воитель Теренций получил в награду от щедрого государя 262.143 брасса.

Итак, скупой император дал полководцу менее двадцатой доли той суммы, которую тот просил.

К О Н Е Ц